Chukyo University Institute of Economics

Discussion Paper Series

May 2015

No. 1501

低所得に起因する失業と教育が持つパラドックス
―所得を増加させるインセンティブと失業増加―

森村将平（早稲田大学経済学研究科）
都丸善央（中京大学経済学部准教授）
柿元純男（中京大学経済学部教授）

低所得に起因する失業と教育が持つパラドックス
―所得を増加させるインセンティブと失業増加―

森村将平 *
早稲田大学経済学研究科

都丸善央
中京大学経済学部准教授

柿元純男
中京大学経済学部教授

論文要旨

本研究では、労働者が産業によって異質な技能を持ち、各産業に必要な労働が異なるモデルにおいて、教育を導入することによって低所得に起因する失業者がどう変化するか分析する。本研究では、教育を労働者が持つ技能を向上させる手段として捉え、分析を行っている。労働者が多様な技能を持ち、各産業に必要な労働の質が異なるモデルの構築に際しては、貿易理論で使用されているモデルを応用した。また、効用関数を工夫することで低所得に起因する失業をモデルに組み込んでいる。教育経済学で分析されているモデルとして貿易理論を応用したモデルは存在せず、新たな研究視点を提示したと言えるであろう。

本研究によって、教育が持つ 2 点のパラドックスを証明することができた。教育が持つ第 1 のパラドックスとは、教育を導入しても低所得に起因する失業が完全には無くならない点である。教育が持つ第 2 のパラドックスとは、労働者が持つ技能を高める手段としての教育が、低所得に起因する失業者を増やしてしまう可能性がある点である。以上で挙げた教育が持つ 2 点のパラドックスは、教育が持つ特徴として興味深い点であろう。一方で、教育が持つパラドックスだけでなく、少ないコストで労働者が持つ技能を大きく向上させられる教育を導入できれば、低所得に起因する失業者を減らすことができる可能性も指摘している。

序論

本研究では、労働者が産業によって異質な技能を持ち、各産業に必要な労働が異なるモデルにおいて、教育を導入することによって低所得に起因する失業者がどう変化するか分析する。本モデルにおける教育は、労働者が持つ技能が向上する、もしくは教育によって自らが持つ本来の能力を示す手段として捉えて分析を行う。

労働者が産業によって異質な技能を持ち、各産業に必要な労働が異なるモデルの構築に際しては、貿易理論で使用されているモデルを応用し、教育経済学における新たなモデルを提示する。Dornbusch, Fischer and Samuelson (1977) では無数の財が存在し、どの財を輸出・輸入するかどうか分析を行っている。また、Yanagawa (1996) では無数の財を無数の国と解釈し直し、財をどの国が輸出・輸入するかどうか分析を行っている。本研究では Dornbusch, Fischer and Samuelson (1977) における無数の財、Yanagawa (1996) における無数の国について、無数の労働者として解釈し直すことで、モデルにおける労働者が多様な技能、各産業に必要な労働の質が異なるモデルについて分析を行う。本モデルにおける失業は、低所得であるために生活に必要な財を確保できない状態を指す。そのため、本研究における失業とは低所得に起因する失業を意味する。本研究では Stone-Geary 型効用関数を労働者における効用関数として使用する、という工夫で、低所得に起因する失業をモデルに組み込んでいる。教育経済学で分析されているモデルとして、貿易理論を応用したモデルは存在せず、新たな研究視点を提示したと言える。

* morimura_shohei@toki.waseda.jp

本研究における目的は、以下に示す教育が持つ 2 点のパラドックスを証明することである。

教育が持つ第 1 のパラドックスとは、教育を導入しても低所得に起因する失業が完全にはなくならないことである。本モデルでは、教育が導入されていない場合において低所得に起因する失業が均衡において存在することを証明する。さらに、教育が導入された場合においても低所得に起因する失業が完全にはなくならないことを証明する。

教育が持つ第 2 のパラドックスとは、労働者が持つ技能を高める手段としての教育が、低所得に起因する失業者を増やしてしまう可能性があることである。教育には労働者が持つ技能を向上させ、所得を増加させるインセンティブがあるため、低所得に起因する失業を減らすことが期待できるはずである。しかし、本研究では条件によっては教育が導入されると、低所得に起因する失業が増えてしまう可能性を証明する。すなわち、労働者の所得が増えると期待して導入した教育によって、労働者の所得が下がってしまう可能性があると言える。

以上が、本研究によって示される教育が持つ 2 点のパラドックスである。

一方で、本研究では教育が持つパラドックスだけでなく、低所得に起因する失業者を減らすことができる可能性についても分析する。つまり、教育によって労働者の所得が増加し、低所得に起因する失業者を減らすことができる可能性がある点についても分析する。本研究では、少ないコストで労働者が持つ技能を大きく向上させられる教育を導入できれば、低所得に起因する失業者を減らすことができる可能性がある点を指摘する。

本論文は以下のように構成されている。第 1 章では貿易理論で使用されているモデルを基に、労働者が産業によって異質な技能を持ち、各産業に必要な労働が異なるモデルを構築する。そして、労働者が教育を受けるための条件、労働者が持つ技能を基にどの産業に就業するか決定するための条件、労働者が低所得に起因する失業者になる条件、という三つの条件が示される。また、教育導入によって以上に挙げた三つの条件がどう変わるかどうかについても本章で議論される。第 2 章では、教育が導入されていない場合における均衡について分析する。この章では教育が導入されていない場合において、モデルにおける均衡を導出する。そして、均衡において低所得に起因する失業が発生する条件について、この章で議論される。第 3 章では、教育が導入されることで均衡はどう変わるか、低所得に起因する失業者はどう変わるか、という点について分析する。この章によって教育が持つ第 1 のパラドックスが議論される。さらに、教育が持つ第 2 のパラドックスについても議論される。一方で、教育によって低所得に起因する失業者を減らすことができる可能性についてもこの章で議論される。最後に、結論として本研究を総括し、今後の研究課題について述べる。

1　モデル

1.1　基本設定

本研究では、労働者が産業によって異質な技能を持ち、各産業に必要な労働が異なるモデルにおいて、教育を導入することによって低所得に起因する失業者がどう変化するか分析する。

労働者が産業によって異質な技能を持ち、各産業に必要な労働の質が異なるモデルを構築するために、貿易理論である Dornbusch, Fischer and Samuelson (1977) と Yanagawa (1996) で使用されているモデルを応用する。モデルに関する基本設定は以下の通りである。

1.1.1　企業に関する設定

経済には第 1 産業 (工業産業) と第 2 産業 (農業産業) という 2 種類の産業が存在する。第 1 産業では第 1 財 (工業製品) が生産され、第 2 産業では第 2 財 (農業製品) が生産されている。財を生産する産業を $i \in \{1,2\}$ と表し、第 i 産業で生産されている財を第 i 財と表す。

各産業は完全競争的であり、企業が持つ生産技術は労働についての線形な技術のみに従う。また、各企業が持つ生産技術は産業ごとに共通である。y_i を第 i 産業における生産量、L_i を第 i 産業で利用される効率労働量、a_i を第 i 財を 1 単位生産するために必要な労働投入係数とすると、第 i 産業における生産関数は、

$$y_i = \frac{L_i}{a_i}$$

と表される。

最後に、第 i 財を生産する企業は、労働者を雇用するに当たり、効率労働量 L_i1 単位当たりに対して w_i だけの賃金を労働者へ支払う。

1.1.2　労働者に関する設定

労働者は無数に存在し、$z \in [0,1]$ でインデックス化されている。Dornbusch, Fischer and Samuelson (1977) では $z \in [0,1]$ を無数の財として捉え、どの財を輸出・輸入するか分析を行っている。また、Yanagawa (1996) では $z \in [0,1]$ を無数の国として捉え、財をどの国が輸出・輸入するか分析を行っている。本研究ではこの $z \in [0,1]$ を無数の労働者として捉え、各労働者が産業によって異質な技能を持つことで、労働者における技能分布を表している。

各労働者は利用可能な時間を 1 だけ持っている。労働者は効用最大化行動に従って、利用可能な時間 1 を第 1 産業で就業する時間 $\ell_1(z)$、第 2 産業で就業する時間 $\ell_2(z)$、失業時間 $\ell_u(z)$ に振り分ける。

各労働者は各産業ごとに異質な技術をそれぞれ保有している。第 i 産業向け技能を $h_i(z)$ と表す。このとき、各産業における労働者 z の効率労働量は $h_i(z)\ell_i(z)$ と表される。各 $h_i(z)$ について、以下を仮定する。

仮定 1:労働者が持っている技能の分布を表す $h_i(z)(i = 1,2)$ について、以下が成立する。

(i) 任意の $z \in [0,1]$ に対して、$h_1(z) \in (0,\infty)$、$h_2(z) \in [0,\infty)$ が成立する。ただし、$h_2(1) = 0$ である。

(ii) 任意の $z \in [0,1]$ に対して、$h_1'(z) > 0$、$h_2'(z) < 0$ が成立し、それぞれ逆関数 h_1^{-1}, h_2^{-1} を持つ。

仮定 1 は各労働者が持っている技能の分布に関する仮定である。

各労働者は工業製品である第 1 財、農業製品である第 2 財、失業時に消費する自家生産財という 3 種類の財を消費できる。第 1 財消費量を $C_1(z)$、第 2 財消費量を $C_2(z)$、自家生産財消費量を $C_u(z)$ と表す。

各労働者は生活をするために農業製品である第 2 財が $\overline{C}$ だけ必要である。このとき、$\overline{C}$ と労働者が持っている第 2 産業向け技能 $h_2(z)$ について、以下を仮定する。

仮定 2:生活に必要な第 2 財 $\overline{C}$ と労働者が持つ第 2 産業向け技能 $h_2(z)$ について、以下が成立する。

$$\int_0^1 \frac{h_2(z)}{a_2} dz > \overline{C}$$

仮定 2 は全ての労働者が第 2 産業に就業して生産を行えば、少なくとも最低限生活に必要な第 2 財の量を全

員分生産できる、という仮定である[*1]。

労働者が就業しても低所得であるために第 2 財を最低限必要な $\overline{C}$ だけ確保できない場合、労働者は失業せざるをえなくなる。もし労働者が失業した場合は、全ての利用可能な時間 1 を失業時間 $\ell_u(z)$ に使い、自家生産財 $C_u(z)$ のみを消費する。なお、自家生産財消費量 $C_u(z)$ について $C_u(z) = \ell_u(z)\overline{C}$ を仮定する。この仮定は、労働者の生活を成立させるために失業時間 $\ell_u(z)$ が生活に必要な第 2 財の収集に使われることを意味している。

最後に、各労働者は同じ Stone-Geary 型効用関数を持っており、

$$U(C_1, C_2, C_u; z) = \begin{cases} C_1(z)^{\theta}(C_2(z) - \overline{C})^{1-\theta} & \text{if} \quad C_2(z) \geq \overline{C} \\ C_u(z) - \overline{C} & \text{if} \quad C_2(z) < \overline{C} \end{cases}$$

と表される。ただし、$\theta \in (0, 1)$ である。$C_2(z) < \overline{C}$ となって労働者が失業した場合、$C_u(z) = \ell_u(z) = \overline{C}$ となるので労働者の効用はゼロになると仮定している。

1.1.3 教育に関する設定

各労働者は第 1 産業向け技能を高めるために、教育を受けることができる。本モデルにおける教育は、労働者が持っている技能 $h_1(z)$ を e 倍 $(e > 1)$ だけ向上させる効果を持つ[*2]。

ただし、教育を受けるには $w_1\overline{c}$ だけの教育コスト ($\overline{c}$ は定数) が必要である。教育コスト $w_1\overline{c}$ については、第 1 産業で得られる賃金が高いほど教育を受けるコストが高くなることを仮定している。これは、高賃金な職業ほどより難しい教育が必要であり、教育コスト $w_1\overline{c}$ が高くなることを想定している。

労働者は第 1 産業で就業するとき、より所得が多くなるように行動する。教育を受けることで教育を受けなかったときより所得が多くなるとき、労働者は教育を受けることになる。

1.1.4 労働者の所得

これまでの設定から労働者 z の所得 $I(z)$ は、第 1 産業で働いた場合に得られる最大の所得と第 2 産業で働いた場合に得られる所得の合計と表すことができる。すなわち、

$$I(z) = \max[w_1h_1(z)\ell_1(z), w_1(eh_1(z)\ell_1(z) - \overline{c})] + w_2h_2(z)\ell_2(z)$$

と労働者の所得 $I(z)$ を表すことができる。労働者は就業によって得られた所得 $I(z)$ を各財への消費に分配することになる。

1.2 企業の利潤最大化条件

第 i 財生産企業が得られる利潤を π_i、各財における価格を P_i とする。そして、経済では第 1 財、第 2 財の両方が生産されているものとする。

[*1] 仮定 2 から

$$h_2(0) = \int_0^1 h_2(0)dz > \int_0^1 h_2(z)dz > a_2\overline{C}$$

が言えるので、$a_2\overline{C}$ は $h_2(z)$ の縦軸切片よりも下に位置する。

[*2] 本研究は教育について人的資本論 (Becker (1964)) を採用しているが、シグナリング理論 (Spence (1973)) を採用しても同じように教育を導入できる。すなわち、本来持っている第 1 産業向け技能 $eh_1(z)$ を企業に知ってもらうために教育コスト $w_1\overline{c}$ を支払う (教育を受けない場合、企業からは $1/e$ 倍の技能しか持っていないと評価される)、と考えばシグナルとしての教育に読み換えられる。

経済は完全競争的なので、第 i 財生産企業が直面する利潤最大化問題は、

$$\pi_i = P_i y_i - w_i L_i = P_i\left(\frac{L_i}{a_i}\right) - w_i L_i$$

と表される。よって、利潤ゼロ条件である

$$P_1 = w_1 a_1, \quad P_2 = w_2 a_2 \tag{1}$$

が成立する。また、相対価格を $P := P_1/P_2$、相対賃金率を $\omega = w_1/w_2$ と定義すると、

$$P = \frac{a_1}{a_2}\omega \tag{2}$$

が成立し、相対価格が与えられれば相対賃金率が決定される。

1.3 労働者の効用最大化行動

各労働者はこれまでに述べた設定を与件として効用最大化行動をとる。労働者 z が直面する効用最大化問題 (問題 P) は、

(問題 P)

$$\begin{aligned}
\max_{C_1(z),C_2(z),\ell_1(z),\ell_2(z)} \quad & C_1(z)^{\theta}(C_2(z) - \overline{C})^{1-\theta} \\
\text{s.t.} \quad & I(z) = P_1 C_1(z) + P_2 C_2(z) \\
& I(z) = \max[w_1 h_1(z)\ell_1(z), w_1(e h_1(z)\ell_1(z) - \overline{c})] + w_2 h_2(z)\ell_2(z) \\
& \ell_1(z) + \ell_2(z) + \ell_u(z) = 1 \\
& C_u(z) = \ell_u(z)\overline{C}
\end{aligned}$$

として表される。問題 P を解くに当たっては、所得最大化行動、教育を受けるかどうかに関する決定、どちらの産業に就業適性があるかどうかに関する決定、就業するかどうかに関する決定、という 4 点に注意する必要がある。

1.3.1 所得最大化行動

本項では、労働者がどう所得最大化するか、という点について議論する。労働者 z の所得 $I(z)$ は問題 P における第 2 制約条件式で表されている。つまり、労働者は第 1 産業で得られる最大の賃金と第 2 産業で得られる賃金を比較し、より多くの賃金が得られる産業へ労働時間 1 を全て使う。

1.3.2 教育を受けるかどうかに関する決定 (教育を受ける条件の導出)

本項では、労働者が教育を受けるかどうか、という点について議論する。第 1 産業に就業する労働者は、教育によって自らが持つ第 1 産業向け技能を向上させることができる。しかし、教育には教育コストが $w_1\overline{c}$ だけかかってしまう。そもそも、教育を受けた後に得られる賃金がコストを上回らなければ、誰も教育を受けないだろう。その条件は $w_1 e h_1(z)\ell_1(z) - w_1\overline{c}$ が正であるかどうかである。ただし、労働者はより賃金を得られる産業に労働時間 1 を全て使うため、第 1 産業に就業することを前提とすれば $\ell_1(z) = 1$ である[*3]。よって、$eh_1(z) - \overline{c}$ が正であるかどうかによって、教育コスト以上に賃金を受け取れるかどうかがわかる。

[*3] もし労働者 z が第 2 産業へ就業するのであれば、所得最大化行動から $\ell_1(z) = 0$ となるため、教育を受けることはない。

ここで、教育後に得られる賃金と教育を受けるコストがちょうど等しい労働者を $\overline{z}_0$ と定義し、$\overline{z}_0 < 1$ を仮定する。$\overline{z}_0 < 1$ は教育を受けるコスト $\overline{c}$ が高すぎる、または e が 1 に近すぎるために教育によって賃金がほとんど増えない、といった理由から誰も教育を受けない、という状況を排除した仮定である。

さて、コスト以上に賃金が得られたとしても、教育を受けなかった時に得られる賃金を超えなければ、やはり労働者は教育を受けないだろう。つまり、労働者が教育を受ける条件は、教育を受けるコストを差し引いた後に労働者に残った賃金 $w_1(eh_1(z)\ell_1(z) - \overline{c})$ が教育を受ける前に得られる賃金 $w_1h_1(z)\ell_1(z)$ より大きいこと、である。また、所得最大化行動から労働者が第 1 産業へ就業する場合は $\ell_1(z) = 1$ となる。以上から、労働者が第 1 産業へ就業した時に教育を受ける条件は、

$$eh_1(z) - \overline{c}\left\{\begin{array}{c} > \\ = \\ < \end{array}\right\} h_1(z) \Leftrightarrow \begin{cases} \text{教育を受ける} \\ \text{教育に関して無差別} \\ \text{教育を受けない} \end{cases}$$

と表される。教育を受ける条件式が等号で成り立つ労働者を $\overline{z}_E$ とする。なお、$h_1(z) > 0$ なので $\overline{z}_0 < \overline{z}_E$ である。ここで、$\overline{z}_E < 1$ を仮定する。$\overline{z}_E < 1$ は労働者全員が第 1 産業に就業する場合において教育を受ける労働者が必ずいる、という仮定である。

仮定 1 より $h_1'(z) > 0$ であることから、第 1 産業に就業する労働者のうち $z \in [0, \overline{z}_E]$ である労働者は教育を受けず、$z \in [\overline{z}_E, 1]$ である労働者は教育を受けることになる。

1.3.3 どちらの産業に適性があるかどうかに関する決定 (産業適性決定条件の導出)

本項では、労働者がどちらの産業に就業するか、という点について議論する。所得最大化行動において述べたように、労働者はより多くの賃金を得られる産業に就業する。労働者にとってより多くの賃金が得られる産業を「産業適性がある産業」と呼ぶことにする。

どちらの産業に産業適性があるか判断するには、各産業で得られる賃金を比較すればよい。産業適性がある産業を決定する条件を産業適性決定条件と呼ぶと、

$$\max[w_1h_1(z), w_1(eh_1(z) - \overline{c})]\left\{\begin{array}{c} > \\ = \\ < \end{array}\right\} w_2h_2(z) \Leftrightarrow \begin{cases} \text{第 1 産業へ全ての時間を使う} \\ \text{どちらの産業に就業しても無差別} \\ \text{第 2 産業へ全ての時間を使う} \end{cases}$$

と産業適性決定条件を表すことができる。

産業適性決定条件は教育を受けたかどうかによって変化する。教育を受けない労働者 ($z \in [0, \overline{z}_E]$) については、

$$\omega\left\{\begin{array}{c} > \\ = \\ < \end{array}\right\} \frac{h_2(z)}{h_1(z)} =: H(z) \Leftrightarrow \begin{cases} \text{第 1 産業へ全ての時間を使う} \\ \text{どちらの産業に就業しても無差別} \\ \text{第 2 産業へ全ての時間を使う} \end{cases}$$

と産業適性決定条件 $H(z)$ を表せる。$H(z)$ について $H(1) = 0$、$H'(z) < 0$ である[*4]。

一方で、教育を受ける労働者 ($z \in [\overline{z}_E, 1]$) については、

$$\omega\left\{\begin{array}{c} > \\ = \\ < \end{array}\right\} \frac{h_2(z)}{eh_1(z) - \overline{c}} =: H_E(z) \Leftrightarrow \begin{cases} \text{第 1 産業へ全ての時間を使う} \\ \text{どちらの産業に就業しても無差別} \\ \text{第 2 産業へ全ての時間を使う} \end{cases}$$

[*4] 仮定 1 より $h_2(1) = 0$ なので $H(1) = 0$ である。また $h_1'(z) > 0$、$h_2'(z) < 0$ なので、$H'(z) = \frac{h_1(z)h_2'(z) - h_1'(z)h_2(z)}{h_1(z)^2} < 0$ である。

と産業適性決定条件 $H_E(z)$ を表せる。$H_E(z)$ についても $z \in (\bar{z}_0, 1]$ であれば $H'_E(z) < 0$、$H_E(1) = 0$ である。また、$\lim_{z \to \bar{z}_0 + 0} H_E(z) = +\infty$ である[*5]。

1.3.4 就業するかどうかに関する決定 (就業決定条件の導出)

本項では、労働者が就業する条件について議論する。ここまで、労働者は教育を受けるかどうか、どちらの産業に産業適性があるか、という 2 点について議論してきた。しかし、産業適性が決定しても生活に必要な第 2 財を確保できなければ、労働者は生活ができない。もし、生活に必要な第 2 財を十分に確保できない、つまり $C_2 < \overline{C}$ である場合、労働者は失業を選択し自家生産財 C_u のみを消費する。

労働者が就業するかどうかを判断するには各労働者の消費を把握する必要がある。各労働者が持つ効用関数のうち、第 1 財・第 2 財消費に関する部分は Stone-Geary 型である。よって、問題 P に内点解が存在することを仮定すると各労働者の消費量は、

$$C_1(z) = \frac{\theta(I(z) - P_2\overline{C})}{P_1}, \quad C_2(z) = \frac{(1-\theta)I(z) + \theta P_2\overline{C}}{P_2}$$

と表される。ところで、$C_2(z) < \overline{C}$ であることは、仮に第 2 財を $\overline{C}$ だけ消費すると $C_1(z) < 0$ となることを意味する。つまり、$I(z) - P_2\overline{C}$ が正であるかどうかによって、労働者が就業できるかどうか、という就業決定条件が分かる。$I(z)$ は各産業、(第 1 産業に就業する労働者については) 教育を受けるかどうかによって異なる。以上から、就業決定条件は、第 1 産業に産業適性があって教育を受けない労働者、第 1 産業に産業適性があって教育を受ける労働者、第 2 産業に産業適性がある労働者、の順に、

$$\begin{aligned}
w_1 h_1(z)\left\{\begin{matrix}\geq\\<\end{matrix}\right\}P_2\overline{C} &\Leftrightarrow \quad \omega\left\{\begin{matrix}\geq\\<\end{matrix}\right\}\frac{a_2\overline{C}}{h_1(z)} =: A(z) \quad &&\Leftrightarrow \begin{cases}\text{就業する}\\ \text{失業する}\end{cases}\\
w_1(eh_1(z) - \bar{c})\left\{\begin{matrix}\geq\\<\end{matrix}\right\}P_2\overline{C} &\Leftrightarrow \omega\left\{\begin{matrix}\geq\\<\end{matrix}\right\}\frac{a_2\overline{C}}{eh_1(z) - \bar{c}} =: A_E(z) &&\Leftrightarrow \begin{cases}\text{就業する}\\ \text{失業する}\end{cases} \qquad (3)\\
w_2 h_2(z)\left\{\begin{matrix}\geq\\<\end{matrix}\right\}P_2\overline{C} &\Leftrightarrow \quad z\left\{\begin{matrix}\leq\\>\end{matrix}\right\}\bar{z}_2 := h_2^{-1}(a_2\overline{C}) \quad &&\Leftrightarrow \begin{cases}\text{就業する}\\ \text{失業する}\end{cases}
\end{aligned}$$

と表すことができる。就業決定条件の導出には、利潤ゼロ条件である (1) 式を利用している。$A(z)$ について $A'(z) < 0$ である[*6]。また、$A_E(z)$ についても $(\bar{z}_0, 1]$ であれば $A'_E(z) < 0$ であり、$\lim_{z \to \bar{z}_0 + 0} A_E(z) = +\infty$ である[*7]。

第 1 産業に適性がある労働者については、相対賃金 ω と就業決定条件 $A(z), A_E(z)$ の大小で就業・失業が決定される。与えられた相対賃金 ω に対して、教育を受けていない労働者は $A(z)$、教育を受けた労働者は $A_E(z)$ よりも低い労働者が失業する。一方で、第 2 産業に適性がある労働者については、$\bar{z}_2$ という定数のみによって就業・失業が決定される。相対賃金 ω は第 2 産業に適性がある労働者の範囲を決めるだけである。

以上の議論から、第 1 産業に適性がある労働者では $z \in [0, \bar{z}_1]$ である労働者が就業し、$z > \bar{z}_1$ である労働者は失業する。第 2 産業に適性がある労働者では $z \in [0, \bar{z}_2]$ である労働者が就業し、$z > \bar{z}_2$ である労働者は失業する。

[*5] 仮定 1 より $h_2(1) = 0$ なので $H_E(1) = 0$ である。また $h'_1(z) > 0$、$h'_2(z) < 0$ なので、$z \in (\bar{z}_0, 1]$ であれば $H'_E(z) = \frac{(eh_1(z) - \bar{c})h'_2(z) - eh'_1(z)h_2(z)}{(eh_1(z) - \bar{c})^2} < 0$ である。

[*6] 仮定 1 より $h'_1(z) > 0$ なので、$A'(z) = -\frac{h'_1(z)}{h_1(z)}A(z) < 0$ である。

[*7] 仮定 1 より $h'_1(z) > 0$ なので、$z \in (\bar{z}_0, 1]$ であれば $A'_E(z) = -\frac{eh_1(z)}{eh_1(z) - \bar{c}}A_E(z) < 0$ である。

1.4 産業適性決定条件と就業決定条件における大小関係

産業適性決定条件 $H(z)$、$H_E(z)$ と就業決定条件 $A(z)$、$A_E(z)$ の大小関係は以下の補題 1 によって表される。

補題 1：産業適性決定条件 $H(z)$、$H_E(z)$ と就業決定条件 $A(z)$、$A_E(z)$ について、以下が成立する。ただし、$H_E(z)$ と $A_E(z)$ に関する式は $z \in (\overline{z}_0, 1]$ において成立する。

$$z\begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix}\overline{z}_E \Leftrightarrow H(z)\begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix}H_E(z) \quad \text{ただし、}H(1) = H_E(1) = 0$$

$$z\begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix}\overline{z}_E \Leftrightarrow A(z)\begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix}A_E(z) \quad \text{ただし、}A(1) \geq A_E(1)$$

$$z\begin{Bmatrix} < \\ = \\ > \end{Bmatrix}\overline{z}_2 \Leftrightarrow H(z)\begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix}A(z)$$

$$z\begin{Bmatrix} < \\ = \\ > \end{Bmatrix}\overline{z}_2 \Leftrightarrow H_E(z)\begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix}A_E(z) \quad \text{ただし、}\overline{z}_0 > \overline{z}_2\text{なら任意の } z \in [0,1] \text{ について } A_E(z) > H_E(z)$$

証明：それぞれ差を求めることで上式の関係が得られる[*8]。 ■

補題 1 から、教育が導入された場合における産業適性決定条件 $H_e(z)$ と就業決定条件 $A_e(z)$ は、

$$H_e(z) = \begin{cases} H(z) & \text{if } z \in [0, \overline{z}_E] \\ H_E(z) & \text{if } z \in [\overline{z}_E, 1] \end{cases}$$

$$A_e(z) = \begin{cases} A(z) & \text{if } z \in [0, \overline{z}_E] \\ A_E(z) & \text{if } z \in [\overline{z}_E, 1] \end{cases}$$

と表記できる。$H_e(z)$、$A_e(z)$ は単調減少関数であり、逆関数 $H_e^{-1}(\omega)$、$A_e^{-1}(\omega)$ を定義できる。よって、教育が無差別な $\overline{z}_E$、産業適性が無差別な $\overline{z}$、第 1 産業への就業が無差別な $\overline{z}_1$、第 2 産業への就業が無差別な $\overline{z}_2$ は、

$$\overline{z}_E := h_1^{-1}\left(\frac{\overline{c}}{e-1}\right) \tag{4}$$

$$\overline{z} := \begin{cases} H^{-1}(\omega) & \text{(教育が導入されない場合)} \\ H_e^{-1}(\omega) = \begin{cases} H^{-1}(\omega) & \text{if } \omega \in [H(\overline{z}_E), \infty) \\ H_E^{-1}(\omega) & \text{if } \omega \in [0, H_E(\overline{z}_E)] \end{cases} & \text{(教育が導入された場合)} \end{cases} \tag{5}$$

$$\overline{z}_1 := \begin{cases} A^{-1}(\omega) = h_1^{-1}\left(\frac{a_2\overline{C}}{\omega}\right) & \text{(教育が導入されない場合)} \\ A_e^{-1}(\omega) = \begin{cases} A^{-1}(\omega) = h_1^{-1}\left(\frac{a_2\overline{C}}{\omega}\right) & \text{if } \omega \in [A(\overline{z}_E), \infty) \\ A_E^{-1}(\omega) = h_1^{-1}\left(\frac{(a_2\overline{C}/\omega)+\overline{c}}{e}\right) & \text{if } \omega \in [0, A_E(\overline{z}_E)] \end{cases} & \text{(教育が導入された場合)} \end{cases} \tag{6}$$

$$\overline{z}_2 := h_2^{-1}(a_2\overline{C}) \tag{7}$$

[*8] 補題 1 で示されているそれぞれの式について、

$$H(z) - H_E(z) = \frac{(e-1)h_1(z) - \overline{c}}{eh_1(z) - \overline{c}}H(z),\ A(z) - A_E(z) = \frac{(e-1)h_1(z) - \overline{c}}{eh_1(z) - \overline{c}}A(z),\ H(z) - A(z) = \frac{h_2(z) - a_2\overline{C}}{h_1(z)},\ H_E(z) - A_E(z) = \frac{h_2(z) - a_2\overline{C}}{eh_1(z) - \overline{c}}$$

が言える。これらの符号は教育を受ける条件、または就業決定条件によって決定される。

と定義できる。$H(\overline{z_E}) = H_E(\overline{z_E})$、$A(\overline{z_E}) = A_E(\overline{z_E})$ であることに注意されたい。

以上をまとめると、産業適性決定条件 $H(z)$、$H_E(z)$ と就業決定条件 $A(z)$、$A_E(z)$ は、図 1 のように $\overline{z_2}$ と $\overline{z_E}$ の大小によって二通りに描くことができる。なお、$\overline{z_2} = \overline{z_E}$ である場合、産業適性決定条件 $H(z)$、$H_E(z)$ と就業決定条件 $A(z)$、$A_E(z)$ は全て同じ点で交わる。

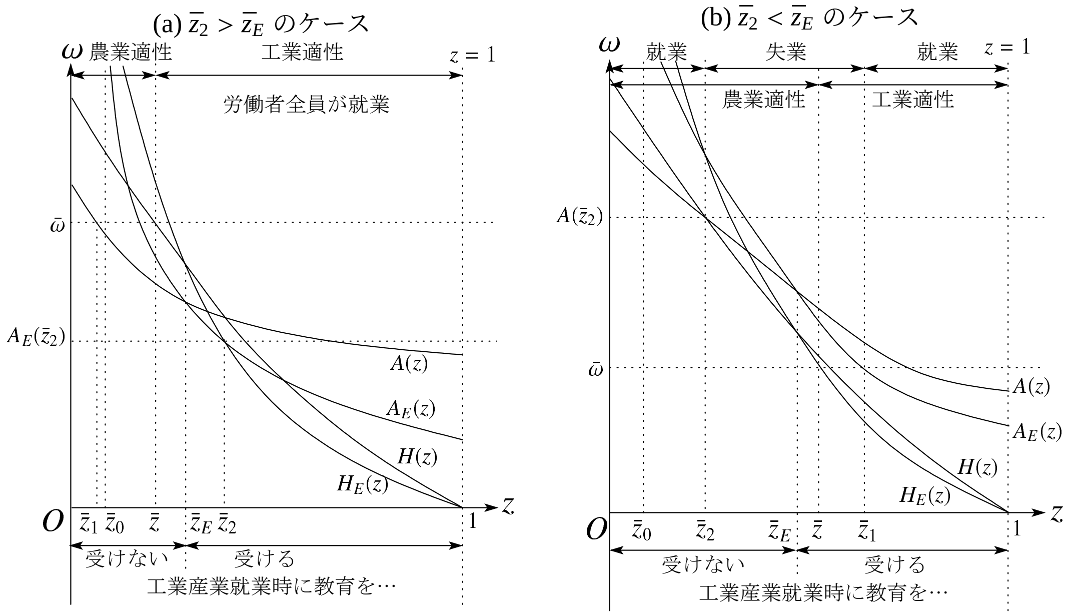

図 1　産業適性決定条件と就業決定条件

1.5　失業が発生する条件

これまでの議論をもとに、失業が発生する相対賃金を導くことができる。

補題 2：失業が発生する相対賃金は以下のとおりである。

(i) 教育が導入されていない場合、$\omega < A(\overline{z_2})$ であるとき、$(\overline{z_2}, \overline{z_1})$ である労働者が失業する。

(ii) 教育が導入された場合、

(ii-a) $\overline{z_2} > \overline{z_E}$ であれば $\omega < A_E(\overline{z_2})$ であるとき、$(\overline{z_2}, \overline{z_1})$ である労働者が失業する。

(ii-b) $\overline{z_2} < \overline{z_E}$ であれば $\omega < A(\overline{z_2})$ であるとき、$(\overline{z_2}, \overline{z_1})$ である労働者が失業する。

証明：就業・失業の決定は、(3) 式によって決定される。もし $\overline{z_2} < \overline{z} < \overline{z_1}$ が成立すれば、$(\overline{z_2}, \overline{z_1})$ である労働者が失業することになる (図 1 も参照のこと)。

(i) 教育が導入されていない場合において、$\omega < A(\overline{z_2})$ であれば補題 1 と (5)〜(7) 式から $\overline{z_2} < \overline{z} < \overline{z_1}$ が成立する。よって、第 1 産業に適性がある労働者 $[\overline{z}, 1]$ のうち、$[\overline{z}, \overline{z_1})$ が失業する。第 2 産業に適性がある労働者 $[0, \overline{z}]$ のうち、$(\overline{z_2}, \overline{z}]$ が失業する。以上から、労働者全体 $[0, 1]$ のうち $(\overline{z_2}, \overline{z_1})$ である労働者が失業する。

(ii) 教育が導入された場合においても (i) と同様に証明できる。(ii-a)$\overline{z_2} > \overline{z_E}$ であるときは $\omega < A_E(\overline{z_2})$、(ii-b)$\overline{z_2} < \overline{z_E}$ であるときは $\omega < A(\overline{z_2})$ であれば、$\overline{z_2} < \overline{z} < \overline{z_1}$ が成立する。 ■

補題 2 は失業が発生するために必要な条件が示されている。では、補題 2 を満たすような相対賃金が均衡において存在するであろうか。次章以降では、本モデルにおいて失業が発生する均衡 (失業均衡) が存在するのかどうか、そして教育によって失業者数がどう変化するか議論する。

2　均衡

本章では教育が導入されない場合における均衡について議論する。教育が導入された場合における均衡は次章で議論を行う。

2.1　変形曲線と生産可能性フロンティア

混乱を避けるため、Frenkel and Razin (1975) の用語法に基づき、以下を定義する。

変形曲線：失業を考えない場合に生産されうる財数量の組 (y_1, y_2) の集合
生産可能性フロンティア：失業を考慮した場合に生産されうる財数量の組 (y_1, y_2) の集合

上記の定義に基づき、変形曲線と生産可能性フロンティアを導出する。

2.1.1　変形曲線の導出

変形曲線の導出では失業条件を考慮する必要がないため、全ての労働者が就業すると仮定する。全ての労働者が就業したときにおける各財生産量は、

$$y_1 = f_1(\bar{z}) = \int_{\bar{z}}^{1} \frac{h_1(z)}{a_1} dz, \quad y_2 = f_2(\bar{z}) = \int_{0}^{\bar{z}} \frac{h_2(z)}{a_2}$$

と表せる。$f_1(\bar{z}), f_2(\bar{z})$ について、$f_1'(\bar{z}) = -h_1(\bar{z})/a_1 < 0$ と $f_2'(\bar{z}) = h_2(\bar{z})/a_2 > 0$ が言える。特に f_1 は単調なので、逆関数 $\bar{z} = f_1^{-1}(y_1)$ が存在する。そこで、変形曲線を

$$y_2 = g(y_1) = f_2(f_1^{-1}(y_1))$$

と定義する。このとき、

$$g(0) = \int_0^1 \frac{h_2(z)}{a_2} dz, \qquad g\left(\int_0^1 \frac{h_1(z)}{a_1} dz\right) = 0$$

$$g'(y_1) = -\frac{a_1}{a_2} H(\bar{z}) \leq 0 \quad \text{with equality iff } y_1 = 0, \quad g''(y_1) \quad = \frac{a_1^2 h_2'(\bar{z}) - h_1(\bar{z}) h_2(\bar{z}) h_1'(z)}{a_2 h_1(\bar{z})^2} < 0$$

が言える。よって、変形曲線は原点に対して凹である。

2.1.2　生産可能性フロンティアの導出

生産可能性フロンティアを導出するには失業を考慮する必要がある。失業する労働者は補題 2 で議論された通りである。失業を考慮した場合における各財生産量は、

$$y_1 = \begin{cases} \int_{\bar{z}}^{1} \frac{h_1(z)}{a_1} dz & \text{if} \quad \omega \in (H(\bar{z}_2), H(0)] \\ \int_{\bar{z}}^{1} \frac{h_1(z)}{a_1} dz = \int_{\bar{z}_1}^{1} \frac{h_1(z)}{a_1} dz & \text{if} \quad \omega = H(\bar{z}_2) \\ \int_{\bar{z}_1}^{1} \frac{h_1(z)}{a_1} dz & \text{if} \quad \omega \in [A(1), H(\bar{z}_2)) \\ 0 & \text{if} \quad \omega \in [0, A(1)) \end{cases}$$

$$
y_2 = \begin{cases} \int_0^{\bar{z}} \frac{h_2(z)}{a_2} dz & \text{if} \quad \omega \in (H(\bar{z}_2), H(0)] \\ \int_0^{\bar{z}} \frac{h_2(z)}{a_2} dz = \int_0^{\bar{z}_2} \frac{h_2(z)}{a_2} dz & \text{if} \quad \omega = H(\bar{z}_2) \\ \int_0^{\bar{z}_2} \frac{h_2(z)}{a_2} dz & \text{if} \quad \omega \in [0, H(\bar{z}_2)) \end{cases}
$$

と表される。

以上をまとめると、教育が導入されない場合における変形曲線と生産可能性フロンティアは図 2 のように表すことができる。

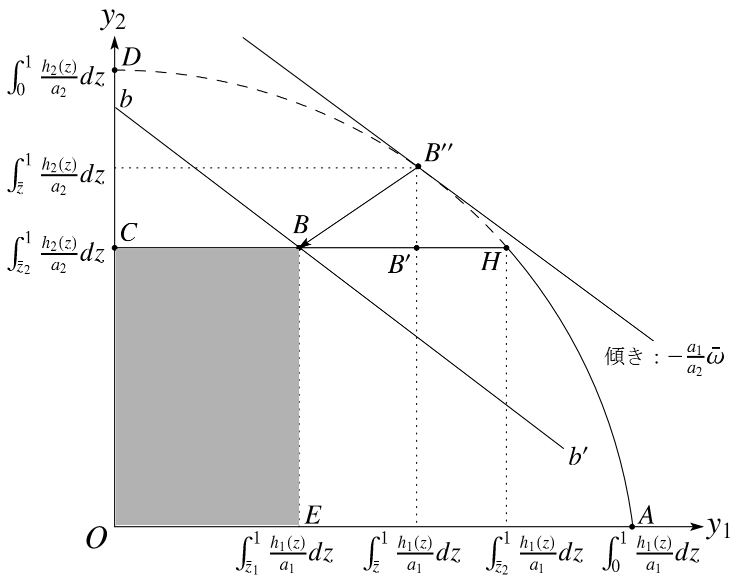

図 2　変形曲線と生産可能性フロンティア (教育が導入されていない場合)

図 2 において、変形曲線は $OAHD$、生産可能性フロンティアは $OAHC$ である。例えば、相対賃金率が $\bar{\omega}$ で決まり、そのときの $\bar{z}_1$ が図 2 のように決まったとしよう。失業がない場合であれば、変形曲線 $OAHD$ 上にある点 B'' で生産を行う。しかし、$\bar{\omega} < A(\bar{z}_2)$ であることから全ての労働者のうち $(\bar{z}_2, \bar{z}_1)$ だけ失業が発生してしまう。そのため、相対賃金率が $\bar{\omega}$ であるときに生産可能な (y_1, y_2) の集合は $OEBC$ である[*9]。なぜなら、仮に点 B から y_2 を減少させて y_1 を増やそうとしても、第 1 産業に就業する新たな労働者は失業してしまうためである。同様に、y_1 を減少させて y_2 を増やそうとしても、第 2 産業に就業する新たな労働者は失業してしまう。よって、失業を考慮した場合は点 B'' では生産できず、生産可能性フロンティアにおける点 B で生産を行う。線分 bb' は点 B で生産した場合における等 GDP 線である。線分 BB' は第 1 産業に適性がありながら失業している人が生産できない量である。一方、線分 $B'B''$ は第 2 産業に適性がありながら失業している人が生産できない量である。

2.2　相対需要曲線と相対供給曲線

補題 2 において、失業が発生する相対賃金率条件は $\omega < A(\bar{z}_2)$ であった。この条件を相対価格に直すと、$P < (a_1/a_2)A(\bar{z}_2)$ となる。均衡における相対価格は、各財合計純消費量について比をとった相対需要と各財合

[*9] 相対賃金率が上昇し $\omega = A(\bar{z}_2)$ になると、失業者がいなくなるため第 2 財生産量を減らして第 1 財生産量を増やすことができるようになる。よって、$\omega \geq A(\bar{z}_2)$ なとき、生産可能な (y_1, y_2) の集合は $OAHC$ となる。

計純生産量について比をとった相対供給から求められる。つまり、相対需要と相対供給が一致する相対価格が均衡における相対価格である。本節では、相対需要曲線と相対供給曲線を導出し、失業均衡が発生する条件を議論する。

2.2.1　相対需要曲線の導出

各財における純消費量合計を C_i^T とすると、

$$C_1^T := \int_{z\in\Omega} C_1(z)dz = \frac{\theta}{P_1}\int_{z\in\Omega}(I(z)-P_2\overline{C})dz, \quad C_2^T := \int_{z\in\Omega}(C_2(z)-\overline{C})dz = \frac{1-\theta}{P_2}\int_{z\in\Omega}(I(z)-P_2\overline{C})dz \quad (8)$$

と表せる。ここで、Ω は就業している労働者の集合である。また、第 2 財については生活に最低限必要な $\overline{C}$ を減じた純消費量で表している。これらの比をとれば、相対需要曲線 $f_D(P,\theta)$ は

$$f_D(P,\theta) := \frac{C_2^T}{C_1^T} = \frac{1-\theta}{\theta}P \quad (9)$$

と表すことができる。

2.2.2　相対供給曲線の導出

各財における純供給量合計 y_i^T は

$$y_1^T = y_1, \quad y_2^T = y_2 - \int_{z\in\Omega}\overline{C}dz$$

と表される。y_i^T は失業の有無によって異なるため、相対価格 P によって場合分けを行う。

(0)$P \in [0,(a_1/a_2)A(1)]$ であるとき

$P \in [0,(a_1/a_2)A(1)]$ である場合、$[0,\overline{z}_2]$ である人は第 2 産業へ就業するが、他の人は全員が失業する。(5)〜(7) 式に注意すると、各財における純生産量合計 y_i^T は、

$$y_1^T = 0$$

$$y_2^T = \int_0^{h_2^{-1}(a_2\overline{C})}\frac{h_2(z)}{a_2}dz - h_2^{-1}(a_2\overline{C})\overline{C} = \int_0^{h_2^{-1}(a_2\overline{C})}\frac{h_2(z)-h_2(\overline{z}_2)}{a_2}dz > 0$$

と表される。よって、$P \in [0,(a_1/a_2)A(1)]$ である場合は相対供給関数を定義できず、均衡になり得ない。

(1)$P \in ((a_1/a_2)A(1),(a_1/a_2)H(\overline{z}_2))$ であるとき

第 1 産業には $[\overline{z}_1, 1]$ である労働者、第 2 産業には $[0,\overline{z}_2]$ である労働者が就業する。(2) 式と (5)〜(7) 式に注意すると、各財における純生産量合計 y_i^T は、

$$y_1^T = \int_{h_1^{-1}\left(\frac{a_1\overline{C}}{P}\right)}^1 \frac{h_1(z)}{a_1}dz > 0$$

$$y_2^T = \int_0^{h_2^{-1}(a_2\overline{C})}\frac{h_2(z)}{a_2}dz - \left(1-h_1^{-1}\left(\frac{a_1\overline{C}}{P}\right)+h_2^{-1}(a_2\overline{C})\right)\overline{C}$$

と表される。なお、y_2^T は負になる可能性がある。これらの比をとれば、

$$\frac{y_2^T}{y_1^T} = f_{S1}(P,\overline{C}) := \frac{\int_0^{h_2^{-1}(a_2\overline{C})}\frac{h_2(z)}{a_2}dz - \left(1-h_1^{-1}\left(\frac{a_1\overline{C}}{P}\right)+h_2^{-1}(a_2\overline{C})\right)\overline{C}}{\int_{h_1^{-1}\left(\frac{a_1\overline{C}}{P}\right)}^1\frac{h_1(z)}{a_1}dz} \quad (10)$$

と相対供給関数 f_{S1} が求められる。ここで $f_{S1}(P,\overline{C})$ は $P \in ((a_1/a_2)A(1),(a_1/a_2)H(\bar{z}_2))$ に対して、

$$\frac{\partial f_{S1}}{\partial P} = -\frac{-h_1^{-1\prime}\left(\frac{a_1\overline{C}}{P}\right)h_1(\bar{z}_1)}{a_1P(y_1^T)^2}\left[\overline{C}\int_{\bar{z}_1}^{1}(h_1(z)-h_1(\bar{z}_1))dz+\frac{h_1(\bar{z}_1)}{a_2}\int_0^{\bar{z}_2}(h_2(z)-h(\bar{z}_2))dz\right]<0$$

である。また、

$$\lim_{P\to\frac{a_1}{a_2}A(1)+0} f_{S1}(P,\overline{C}) = +\infty$$

$$\lim_{P\to\frac{a_1}{a_2}H(\bar{z}_2)-0} f_{S1}(P,\overline{C}) = \frac{\int_0^{\bar{z}_2}\frac{h_2(z)}{a_2}dz-\overline{C}}{\int_{\bar{z}_2}^{1}\frac{h_1(z)}{a_1}dz} \tag{11}$$

である。

(2)$P \in [(a_1/a_2)H(\bar{z}_2),(a_1/a_2)H(0))$ であるとき

相対価格が $(a_1/a_2)H(\bar{z}_2)$ であれば失業は発生せずに完全雇用が実現する。よって、各財における純生産量合計 y_i^T は、

$$y_1^T = \int_{H^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)}^{1}\frac{h_1(z)}{a_1}dz, \quad y_2^T = \int_0^{H^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)}\frac{h_2(z)}{a_2}dz-\overline{C}$$

と表せる。これらの比をとれば、

$$\frac{y_2^T}{y_1^T} = f_{S2}(P,\overline{C}) := \frac{\int_0^{H^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)}\frac{h_2(z)}{a_2}dz-\overline{C}}{\int_{H^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)}^{1}\frac{h_1(z)}{a_1}dz} \tag{12}$$

と相対供給関数 f_{S2} が求められる。なお、

$$\frac{\partial f_{S2}}{\partial P} = \frac{H^{-1\prime}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)}{a_1^2(y_1^T)^2}\left[\int_{\bar{z}}^{1}(h_1(z)h_2(\bar{z})-h_1(\bar{z})h_2(\bar{z}))dz+h_1(\bar{z})\int_0^{\bar{z}}(h_2(z)-h_2(\bar{z}_2))dz\right]<0$$

$$f_{S2}\left(\frac{a_1}{a_2}H(\bar{z}_2),\overline{C}\right) = \frac{\int_0^{\bar{z}_2}\frac{h_2(z)}{a_2}dz-\overline{C}}{\int_{\bar{z}_2}^{1}\frac{h_1(z)}{a_1}dz} = \lim_{P\to\frac{a_1}{a_2}H(\bar{z}_2)-0} f_{S1}(P,\overline{C})$$

$$\lim_{P\to\frac{a_1}{a_2}H(0)-0} f_{S2}(P,\overline{C}) = -\frac{\overline{C}}{\int_0^1\frac{h_1(z)}{a_1}dz}<0$$

が相対供給関数 f_{S2} について言える。

(3)$P \in [(a_1/a_2)H(0),\infty)$ であるとき

$P \in [(a_1/a_2)H(0),\infty)$ である場合、第 2 産業に適性がある労働者がいなくなる。よって、

$$\frac{y_2^T}{y_1^T} = f_{S3}(P,\overline{C}) := -\frac{\overline{C}}{\int_0^1\frac{h_1(z)}{a_1}dz}<0 \tag{13}$$

と相対供給関数 $f_{S3}(P,\overline{C})$ が求められる。

以上に挙げた (10) 式、(12) 式、(13) 式から相対供給曲線 $f_S(P, \overline{C})$ は、

$$\frac{y_2^T}{y_1^T} = f_S(P, \overline{C}) := \begin{cases} +\infty & \text{if } P \in \left[0, \frac{a_1}{a_2}A(1)\right] \\ \max[f_{S1}(P, \overline{C}), 0] & \text{if } P \in \left(\frac{a_1}{a_2}A(1), \frac{a_1}{a_2}H(\overline{z}_2)\right) \\ \max[f_{S2}(P, \overline{C}), 0] & \text{if } P \in \left[\frac{a_1}{a_2}H(\overline{z}_2), \frac{a_1}{a_2}H(0)\right) \\ 0 & \text{if } P \in \left[\frac{a_1}{a_2}H(0), \infty\right) \end{cases} \tag{14}$$

と表せる。

2.3 失業均衡存在条件

ここまでの議論で相対需要曲線 f_D と相対供給曲線 f_S が求められた。均衡は相対需要曲線 f_D と相対供給曲線 f_S の交点として求められる。このとき、均衡価格が $P < (a_1/a_2)A(\overline{z}_2)$ であれば、均衡において失業が発生する。(9) 式と (14) 式から、失業均衡が存在するための条件は以下の通りである。

命題 1：

$$F(\overline{C}) := \int_0^{\overline{z}_2} \frac{h_2(z)}{a_2} dz - \overline{C} = 0$$

を満たす $\overline{C}$ を $\widetilde{C}$ とする。$\overline{C} \geq \widetilde{C}$ であるとき、均衡は失業を必ず伴う。$\overline{C} < \widetilde{C}$ であるときは、

$$f_{S2}\left(\frac{a_1}{a_2}H(h_2^{-1}(a_2\overline{C}), \overline{C})\right) = \frac{1-\theta}{\theta}\frac{a_1}{a_2}H(h_2^{-1}(a_2\overline{C}))$$

を満たす $\theta \in (0, 1)$ を $\overline{\theta}$ とすると、$\theta > \overline{\theta}$ であるときは、均衡で失業が発生する。$\theta \geq \overline{\theta}$ であるときは、均衡において完全雇用が実現する。

証明：まず、$\widetilde{C}$ が存在することを示す。$F(\overline{C})$ について、

$$F'(\overline{C}) = h_2^{-1\prime}(a_2\overline{C})h_2(\overline{z}_2) - 1 < 0, \quad \lim_{\overline{C}\to 0} F(\overline{C}) = \int_0^1 \frac{h_2(z)}{a_2} dz > 0$$

$$\lim_{\overline{C}\to\int_0^1 \frac{h_2(z)}{a_2}dz} F(\overline{C}) = \int_0^{\int_0^1 \frac{h_2(z)}{a_2}dz} \frac{h_2(\overline{z})}{a_2} dz - \int_0^1 \frac{h_2(z)}{a_2} dz < 0$$

が言える。よって、中間値の定理からある $F(\widetilde{C}) = 0$ を満たす $\widetilde{C}$ が存在する。

さて、失業が発生するには、補題 2 から $P < (a_1/a_2)H(\overline{z})$、つまり $f_D(\overline{C}, \theta)$ が $f_{S1}(P, \overline{C})$ と交点を持つ必要がある。$F(\overline{C})$ の符号は (11) 式の符号と一致する。つまり、$\overline{C} \geq \widetilde{C}$ である場合は $F(\overline{C}) \leq 0$ となる。よって、(11) 式の右側極限は負の値をとるため、$f_D(\overline{C}, \theta)$ は必ず $f_{S1}(P, \overline{C})$ と交点を持ち、均衡で失業が発生する。

一方で、$\overline{C} \leq \widetilde{C}$ である場合、失業が発生するかどうかは θ に依存する。$\partial f_D(P, \theta)/\partial\theta < 0$ なので、$\theta < \overline{\theta}$ であれば $f_D(\overline{C}, \theta)$ は $f_{S1}(P, \overline{C})$ と交点を持ち、均衡で失業が発生する。 ■

図 3 は教育が導入されていない場合における均衡を図示したものである。命題 1 によって教育が導入されていない場合には失業均衡が存在することが証明された。

ところで、θ が小さいということは $1-\theta$ が大きいことを意味する。$1-\theta$ は効用における第 2 財 (農業製品) への重み、つまりエンゲル係数である。命題 1 は生活に必要な第 2 財の量 $\overline{C}$ が大きい、またはエンゲル係数 $1-\theta$ が大きく第 2 財 (農業製品) への依存が強いほど、均衡において失業が発生しやすくなることを主張している。

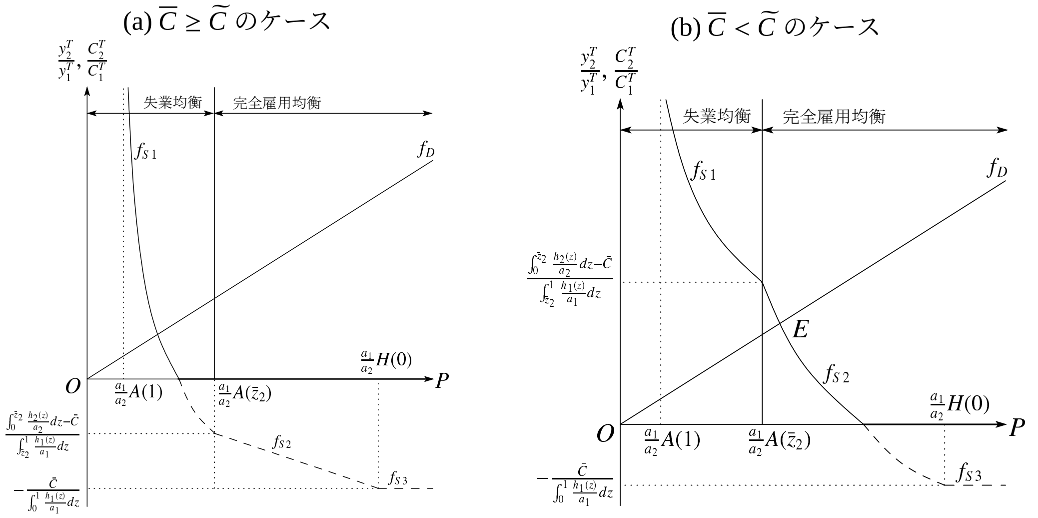

図 3　教育が導入されていない場合における均衡

3　教育導入による効果

本章では、前章までの議論が教育が導入されることでどう変化するか議論を行う。

3.1　変形曲線と生産可能性フロンティア

3.1.1　変形曲線の導出

前章と同様に変形曲線を導出する。教育が導入された場合における各財生産量は、

$$y_1 = f_{1e}(\overline{z}) = \begin{cases} f_{1a}(\overline{z}) = \int_{\overline{z}}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz & \text{if } \overline{z} \in [\overline{z}_E, 1] \\ f_{1b}(\overline{z}) = \int_{\overline{z}}^{\overline{z}_E} \frac{h_1(z)}{a_1}dz + \int_{\overline{z}_E}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz = \int_{\overline{z}}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - (e-1)\int_{\overline{z}}^{\overline{z}_E} \frac{h_1(z)}{a_1}dz & \text{if } \overline{z} \in [0, \overline{z}_E] \end{cases}$$

$$y_2 = f_2(\overline{z}) = \int_0^{\overline{z}} \frac{h_2(z)}{a_2}dz$$

と表せる。教育が導入されない場合との違いは、第 1 産業に適性がある労働者には教育を受けた労働者がいる点である。$f_{1e}(\overline{z}), f_2(\overline{z})$ について、$f'_{1a}(\overline{z}) = -eh_1(\overline{z})/a_1 < 0$、$f'_{1b}(\overline{z}) = -h_1(\overline{z})/a_1 < 0$、$f'_2(\overline{z}) = h_2(\overline{z})/a_2 > 0$ が言えるので、f_{1e} も逆関数 $\overline{z} = f_{1e}^{-1}(y_1)$ が定義できる。よって、教育が導入された場合における変形曲線 $g_e(y_1)$ は、

$$\begin{aligned} y_2 = g_e(y_1) &:= f_2(f_{1e}^{-1}(y_1)) = \min[g_a(y_1), g_b(y_b)] \\ &= \begin{cases} g_a(y_1) := f_2(f_{1a}^{-1}(y_1)) & \text{if } y_1 \in [0, \int_{\overline{z}_E}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz] \\ g_b(y_1) := f_2(f_{1b}^{-1}(y_1)) & \text{if } y_1 \in [\int_{\overline{z}_E}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz, \int_{\overline{z}}^{\overline{z}_E} \frac{h_1(z)}{a_1}dz + \int_{\overline{z}_E}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz] \end{cases} \end{aligned}$$

と書ける。$g_e(y_1)$ について、

$$g_e(0) = \int_0^1 \frac{h_2(z)}{a_2}dz, \qquad g_e\Big(\int_0^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - (e-1)\int_0^{\overline{z}_E} \frac{h_1(z)}{a_1}dz\Big) = 0$$

である。$g_a(y_1)$ と $g_b(y_1)$ については、

$$g'_a(y_1) = -\frac{1}{e}\frac{a_1}{a_2}H(\bar{z}) \leq 0 \quad \text{with equality iff } y_1 = 0, \quad g''_a(y_1) \quad = \frac{a_1^2}{a_2}\frac{h_1(\bar{z})h'_2(\bar{z}) - h'_1(\bar{z})h_2(\bar{z})}{e^2 h_1(\bar{z})^3} < 0$$
$$g'_b(y_1) = g'(y_1) < 0, \quad g''_b(y_1) = g''(y_1) < 0$$

である。また、$y_{1a} < \int_{\bar{z}_E}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1} < y_{1b}$ を満たす任意の 2 点 y_{1a}、y_{1b} についても、$\alpha \in [0,1]$ とすれば $g_e(\alpha y_{1a} + (1-\alpha)y_{1b}) \geq \alpha g_e(y_{1a}) + (1-\alpha)g_e(y_{1b})$ が成立する[*10]。以上から、変形曲線 $g_e(y_1)$ も原点に対して凹である。

3.1.2 生産可能性フロンティアの導出

生産可能性フロンティアでは失業が考慮される。教育が導入されている場合、$\bar{z}_E$ と $\bar{z}_2$ の大小で就業した労働者が教育を受けるかどうかが異なる。そこで、(i)$\bar{z}_E < \bar{z}_2$ と (ii)$\bar{z}_E > \bar{z}_2$ に場合分けして分析を行う。

(i)$\bar{z}_E < \bar{z}_2$ である場合

教育がない場合と同様に各財生産量を求めると、

$$y_1 = \begin{cases} \int_{\underline{z}}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - (e-1)\int_{\underline{z}}^{\bar{z}_E} \frac{h_1(z)}{a_1}dz & \text{if } \omega \in (H_e(\bar{z}_E), H_e(0)] \\ \int_{\underline{z}}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz = \int_{\bar{z}_E}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz & \text{if } \omega = H_e(\bar{z}_E) \\ \int_{\underline{z}}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz & \text{if } \omega \in (H_e(\bar{z}_2), H_e(\bar{z}_E)) \\ \int_{\underline{z}}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz = \int_{\bar{z}_1}^{1} \frac{h_1(z)}{a_1}dz & \text{if } \omega = H_e(\bar{z}_2) = A_e(\bar{z}_2) \\ \int_{\bar{z}_1}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz & \text{if } \omega \in (A_e(1), A_e(\bar{z}_2)) \\ 0 & \text{if } \omega \in [0, A_e(1)] \end{cases}$$

$$y_2 = \begin{cases} \int_{0}^{\underline{z}} \frac{h_2(z)}{a_2}dz & \text{if } \omega \in (H_e(\bar{z}_2), H(0)] \\ \int_{0}^{\underline{z}} \frac{h_2(z)}{a_2}dz = \int_{0}^{\bar{z}_2} \frac{h_2(z)}{a_2}dz & \text{if } \omega = H_e(\bar{z}_2) = A_e(\bar{z}_2) \\ \int_{0}^{z_2} \frac{h_2(z)}{a_2}dz & \text{if } \omega \in [0, A_e(\bar{z}_2)] \end{cases}$$

と表すことができる。(i) の場合、ω の低下によって教育を受けていない労働者から第 2 産業へ転職する。ω が低下がさらに続くと、教育を受けた労働者についても技能が低い労働者から失業する。

(ii)$\bar{z}_E > \bar{z}_2$ である場合

(i) と同様に各財生産量を求めると、

$$y_1 = \begin{cases} \int_{\underline{z}}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - \int_{\underline{z}}^{\bar{z}_E} \frac{(e-1)h_1(z)}{a_1}dz & \text{if } \omega \in (H_e(\bar{z}_E), H_e(0)] \\ \int_{\underline{z}}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz = \int_{\bar{z}_E}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz & \text{if } \omega = H_e(\bar{z}_E) \\ \int_{\underline{z}}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz & \text{if } \omega \in (H_e(\bar{z}_2), H_e(\bar{z}_E)) \\ \int_{\underline{z}}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz = \int_{\bar{z}_1}^{1} \frac{h_1(z)}{a_1}dz & \text{if } \omega = H_e(\bar{z}_2) = A_e(\bar{z}_2) \\ \int_{\bar{z}_1}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}dz & \text{if } \omega \in (A_e(1), A_e(\bar{z}_2)) \\ 0 & \text{if } \omega \in [0, A_e(1)] \end{cases}$$

[*10] $g_e(y_{1a}) = g_a(y_{1a})$、$g_e(y_{1b}) = g_b(y_{1b})$ なので、

$$g_e(\alpha y_{1a} + (1-\alpha)y_{1b}) \geq \alpha g_a(y_{1a}) + (1-\alpha)g_b(y_{1b}) \tag{15}$$

が成立することを示せば、$g_e(y_1)$ が原点に対して凹であることが示せる。$\alpha = 0, 1$ である場合は (15) 式が成立する。$\alpha \neq 0, 1$ である場合、$\alpha y_{1a} + (1-\alpha)y_{1b}$ の値によって場合分けを行う。$\alpha y_{1a} + (1-\alpha)y_{1b} < \int_{\bar{z}_E}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}$ では g_a が原点に対して凹であるため、$g_e(\alpha y_{1a} + (1-\alpha)y_{1b}) \geq \alpha g_a(y_{1a}) + (1-\alpha)g_a(y_{1b})$ が成立する。$g_a(y_{1b}) > g_b(y_{1b})$ であるため (15) 式が成立する。$\alpha y_{1a} + (1-\alpha)y_{1b} > \int_{\bar{z}_E}^{1} \frac{eh_1(z)}{a_1}$ では g_b が原点に対して凹であるため、$g_e(\alpha y_{1a} + (1-\alpha)y_{1b}) \geq \alpha g_b(y_{1a}) + (1-\alpha)g_b(y_{1b})$ が成立する。$g_b(y_{1a}) > g_a(y_{1a})$ であるため (15) 式が成立する。

$$y_2 = \begin{cases} \int_0^{\overline{z}} \frac{h_2(z)}{a_2} dz & \text{if } \omega \in (H_e(\overline{z}_2), H(0)] \\ \int_0^{\overline{z}} \frac{h_2(z)}{a_2} dz = \int_0^{\overline{z}_2} \frac{h_2(z)}{a_2} dz & \text{if } \omega = H_e(\overline{z}_2) = A_e(\overline{z}_2) \\ \int_0^{z_2} \frac{h_2(z)}{a_2} dz & \text{if } \omega \in [0, A_e(\overline{z}_2)] \end{cases}$$

と表すことができる。(ii) の場合、ω の低下によって教育を受けていない労働者は第 2 産業へ転職するのではなく失業してしまう。教育を受けていない労働者が全て失業してもなお ω が低下すると、教育を受けた労働者のうち技能が低い労働者から失業する。

以上をまとめると、教育が導入された場合における変形曲線と生産可能性フロンティアは図 4 のように表すことができる。図 4 において、変形曲線は $OAFHD$ である。生産可能性フロンティアは $\overline{z}_E < \overline{z}_2$ であれば $OAFHC$、$\overline{z}_E > \overline{z}_2$ であれば $OAHC$ である。なお、$\overline{z}_E = \overline{z}_2$ であれば点 E と点 H が一致する。図 4 からわかるように、$\overline{z}_E$ と $\overline{z}_2$ の大小関係によって生産可能性フロンティアが変化する。

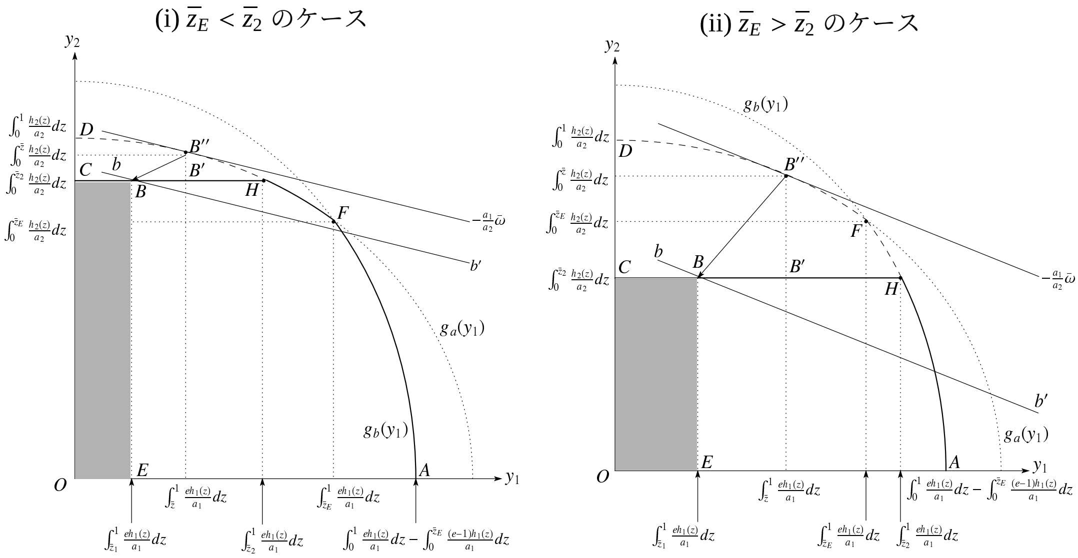

図 4　変形曲線と生産可能性フロンティア (教育が導入された場合)

図 2 と同様に失業が発生する相対賃金率 $\overline{\omega}$ になった場合、変形曲線上における B'' では生産ができないため、生産可能性フロンティア上における B で生産を行う。相対賃金率が $\overline{\omega}$ である場合、生産可能な (y_1, y_2) の集合は $OEBC$ である*11。

3.2　相対需要曲線と相対供給曲線

3.2.1　相対需要曲線の導出

教育が導入されると所得や就業者数は変化するが、各労働者が持つ効用関数や生活に必要な第 2 財の量 $\overline{C}$ は変化しない。よって、教育が導入されても各財における純消費量 C_i^T は教育が導入されないとき、つまり (8)

*11 相対賃金率が上昇し $\omega = A_E(\overline{z}_2)$ もしくは $\omega = A(\overline{z}_2)$ になると、第 2 財生産量を減らして第 1 財生産量を増やすことができるようになる。よって、$\omega = A_E(\overline{z}_2)$ もしくは $\omega = A(\overline{z}_2)$ になれば、生産可能な (y_1, y_2) の集合は $OAFHC$、または $OAHC$ となる。

式と同じである。以上から、教育を導入したときの相対需要曲線 $f_{De}(P,\theta)$ も

$$\frac{C_2^T}{C_1^T} = f_{De}(P,\theta) := \frac{1-\theta}{\theta}P = f_D(P,\theta) \tag{16}$$

と表される。

3.2.2 相対供給曲線の導出

生産可能性フロンティアが $\bar{z}_E$ と $\bar{z}_2$ の大小によって異なるため、相対供給も $\bar{z}_E$ と $\bar{z}_2$ の大小によって異なる。$\bar{z}_E$ と $\bar{z}_2$ の大小によって場合分けし、相対供給曲線を求める。

(i)$\bar{z}_E < \bar{z}_2$ である場合

(0)$P \in [0,(a_1/a_2)A_E(1)]$ であるとき

この場合、第 2 産業に就業できる $[0,\bar{z}_2]$ 以外は全員失業する。よって、各財の合計純生産量は教育が導入されていないときと変わらず、

$$y_1^T = 0, \quad y_2^T = \int_0^{h_2^{-1}(a_2\overline{C})} \frac{h_2(z)-h_2(\bar{z}_2)}{a_2}dz > 0$$

となる。$P \in [0,(a_1/a_2)A_E(1)]$ である場合、$y_1^T = 0$ であるため相対供給関数を定義できない。

(1)$P \in [(a_1/a_2)A_E(1),(a_1/a_2)A_E(\bar{z}_2))$ であるとき

(4) 式〜(7) 式に注意すると、第 1 産業には $[h_1^{-1}((a_1\overline{C}/P)+\bar{c}/(e)),1]$、第 2 産業には $[0,h_2^{-1}(a_2\overline{C})]$ である労働者が就業する。また、第 1 産業に就業する労働者は全員が教育を受けている。よって、各財の合計純生産量は、

$$y_1^T = \int_{h_1^{-1}\left(\frac{(a_1\overline{C}/P)+\bar{c}}{e}\right)}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz > 0, \quad y_2^T = \int_0^{h_2^{-1}(a_2\overline{C})} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - \left(1 - h_1^{-1}\left(\frac{(a_1\overline{C}/P)+\bar{c}}{e}\right) + h_2^{-1}(a_2\overline{C})\right)\overline{C}$$

と求められる。以上から、相対供給関数を $f_{Se1}(P,\overline{C})$ とすれば、

$$\frac{y_2^T}{y_1^T} := f_{Se1}(P,\overline{C}) = \frac{\int_0^{h_2^{-1}(a_2\overline{C})} \frac{h_2(z)}{a_2} - \left(1 - h_1^{-1}\left(\frac{(a_1\overline{C}/P)+\bar{c}}{e}\right) + h_2^{-1}(a_2\overline{C})\right)\overline{C}}{\int_{h_1^{-1}\left(\frac{(a_1\overline{C}/P)+\bar{c}}{e}\right)}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz} \tag{17}$$

と表せる。ここで $f_{Se1}(P,\overline{C})$ は $P \in [(a_1/a_2)A_E(1),(a_1/a_2)A_E(\bar{z}_2))$ に対して、

$$\frac{\partial f_{Se1}(P,\overline{C})}{\partial P} = -\frac{h_1^{-1\prime}\left(\frac{(a_1\overline{C}/P)+\bar{c}}{e}\right)h_1(\bar{z}_1)}{a_1P(y_1^T)^2}\left[\overline{C}\int_{\bar{z}_1}^1 (h_1(z)-h_1(\bar{z}))dz + \frac{h_1(\bar{z})}{a_2}\int_0^{\bar{z}_2}(h_2(z)-h_2(\bar{z}))dz\right] < 0$$

である。また、

$$\lim_{P\to\frac{a_1}{a_2}A_E(1)} f_{Se1}(P,\overline{C}) = +\infty$$
$$\lim_{P\to\frac{a_1}{a_2}A_E(\bar{z}_2)} f_{Se1}(P,\overline{C}) = \frac{\int_0^{\bar{z}_2}\frac{h_2(z)}{a_2}dz - \overline{C}}{\int_{\bar{z}_2}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz} \tag{18}$$

である。

(2-a)$P \in [(a_1/a_2)H_E(\bar{z}_2), (a_1/a_2)H_E(\bar{z}_E))$ であるとき

この場合、補題 2 より失業は発生しない。また、第 1 産業に就業している労働者は全員が教育を受けている。教育を受けない労働者は全員が第 2 産業へ就業している。よって各財の合計純生産量は、

$$y_1^T = \int_{H_E^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz, \quad y_2^T = \int_0^{H_E^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - \overline{C}$$

と求められる。これらの比をとれば、

$$\frac{y_2^T}{y_1^T} = f_{Se2a}(P, \overline{C}) := \frac{\int_0^{H_E^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - \overline{C}}{\int_{H_E^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz} \tag{19}$$

と相対供給関数 f_{Se2a} が求められる。なお、

$$\frac{\partial f_{Se2a}(P, \overline{C})}{\partial P} = \frac{eH_E^{-1\prime}(\frac{a_2}{a_1}P)}{a_1^2(y_1^T)^2}\left[\int_{\bar{z}}^1 (h_1(z)h_2(\bar{z}) - h_1(\bar{z})h_2(\bar{z}_2))dz + h_1(\bar{z})\int_0^{\bar{z}} (h_2(z) - h_2(\bar{z}_2))dz\right] < 0$$

$$f_{Se2a}\left(\frac{a_1}{a_2}H_E(\bar{z}_2), \overline{C}\right) = \frac{\int_0^{\bar{z}_2} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - \overline{C}}{\int_{\bar{z}_2}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz} = \lim_{P \to \frac{a_1}{a_2}H_E(\bar{z}_2) - 0} f_{Se1}(P, \overline{C})$$

$$\lim_{P \to \frac{a_1}{a_2}H_E(\bar{z}_E) - 0} f_{Se2}(P, \overline{C}) = \frac{\int_0^{\bar{z}_E} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - \overline{C}}{\int_{\bar{z}_E}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz}$$

が相対供給関数 f_{Se2a} について言える。

(2-b)$P \in [(a_1/a_2)H_E(\bar{z}_E), (a_1/a_2)H(0))$ であるとき

この場合も、補題 2 より失業が発生しない。しかし、第 1 産業では教育を受けていない労働者も就業するようになる。各財の合計純生産量は、

$$y_1^T = \int_{H^{-1}\left(\frac{a_1}{a_2}P\right)}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - \int_{H^{-1}\left(\frac{a_1}{a_2}P\right)}^{\bar{z}_E} \frac{(e-1)h_1(z)}{a_1}dz, \quad y_2^T = \int_0^{H^{-1}\left(\frac{a_1}{a_2}P\right)} \frac{h_2(z)}{a_2}dz$$

と求められる。よって、相対供給関数 f_{Se2b} は

$$\frac{y_2^T}{y_1^T} = f_{Se2b}(P, \overline{C}) := \frac{\int_0^{H^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - \overline{C}}{\int_{H^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - \int_{H^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)}^{\bar{z}_E} \frac{(e-1)h_1(z)}{a_1}dz} \tag{20}$$

と表すことができる。また、$P \in [(a_1/a_2)H_E(\bar{z}_E), (a_1/a_2)H(0))$ について、

$$\frac{\partial f_{Se2b}(P, \overline{C})}{\partial P} = \frac{H^{-1\prime}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)}{a_1^2(y_1^T)^2}\left[\int_{\bar{z}}^1 (h_1(z)h_2(\bar{z}) - h_1(\bar{z})h_2(\bar{z}))dz + h_1(\bar{z})\int_0^{\bar{z}} (h_2(z) - h_2(\bar{z}_2))dz\right] < 0$$

$$f_{Se2b}\left(\frac{a_1}{a_2}H(\bar{z}_E), \overline{C}\right) = \frac{\int_0^{\bar{z}_E} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - \overline{C}}{\int_{\bar{z}_E}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz} = \lim_{P \to \frac{a_1}{a_2}H(\bar{z}_E) - 0} f_{Se2a}(P, \overline{C})$$

$$\lim_{P \to \frac{a_1}{a_2}H(0) - 0} f_{Se2b}(P, \overline{C}) = -\frac{\overline{C}}{\int_0^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - \int_0^{\bar{z}_E} \frac{(e-1)h_1(z)}{a_1}dz} < 0$$

である。

(3)$P \in [(a_1/a_2)H(0))$ であるとき

この場合も、失業は発生しない。また、労働者は全員が第 1 産業に就業する。よって、相対供給関数 f_{Se3} は、

$$\frac{y_2^T}{y_1^T} = f_{Se3}(P, \overline{C}) := -\frac{\overline{C}}{\int_0^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - \int_0^{\bar{z}_E} \frac{(e-1)h_1(z)}{a_1}dz} < 0 \tag{21}$$

と表すことができる。

以上に挙げた (17) 式、(19) 式、(20) 式、(21) 式から相対供給曲線 $f_{Se}(P, \overline{C})$ は、

$$\frac{y_2^T}{y_1^T} = f_S(P, \overline{C}) := \begin{cases} +\infty & \text{if } P \in \left[0, \frac{a_1}{a_2}A_E(1)\right] \\ \max[f_{Se1}(P, \overline{C}), 0] & \text{if } P \in \left(\frac{a_1}{a_2}A_E(1), \frac{a_1}{a_2}H_E(\bar{z}_2)\right) \\ \max[f_{Se2a}(P, \overline{C}), 0] & \text{if } P \in \left[\frac{a_1}{a_2}H_E(\bar{z}_2), \frac{a_1}{a_2}H_E(\bar{z}_E)\right) \\ \max[f_{Se2b}(P, \overline{C}), 0] & \text{if } P \in \left[\frac{a_1}{a_2}H_E(\bar{z}_2), \frac{a_1}{a_2}H(0)\right) \\ 0 & \text{if } P \in \left[\frac{a_1}{a_2}H(0), \infty\right) \end{cases} \tag{22}$$

と表すことができる。

(ii)$\bar{z}_E > \bar{z}_2$ である場合

(0)$P \in [0, (a_1/a_2)A_E(1)]$ であるとき

$\bar{z}_E < \bar{z}_2$ である場合と同じく、第 2 産業に就業できる $[0, \bar{z}_2]$ 以外は全員失業する。よって、各財の合計純生産量は教育が導入されていないときと変わらず、

$$y_1^T = 0, \quad y_2^T = \int_0^{h_2^{-1}(a_2\overline{C})} \frac{h_2(z) - h_2(\bar{z}_2)}{a_2}dz > 0$$

となる。$P \in [0, (a_1/a_2)A_E(1)]$ である場合、$y_1^T = 0$ であるため相対供給関数を定義できない。

(1-a)$P \in [(a_1/a_2)A_E(1), (a_1/a_2)A_E(\bar{z}_E))$ であるとき

(4) 式〜(7) 式に注意すると、第 1 産業には $[h_1^{-1}((a_1\overline{C}/P) + \bar{c}/(e)), 1]$、第 2 産業には $[0, h_2^{-1}(a_2\overline{C})]$ である労働者が就業する。また、第 1 産業に就業する労働者は全員が教育を受けている。よって、各財の合計純生産量は、

$$y_1^T = \int_{h_1^{-1}\left(\frac{(a_1\overline{C}/P)+\bar{c}}{e}\right)}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz > 0, \quad y_2^T = \int_0^{h_2^{-1}(a_2\overline{C})} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - \left(1 - h_1^{-1}\left(\frac{(a_1\overline{C}/P) + \bar{c}}{e}\right) + h_2^{-1}(a_2\overline{C})\right)\overline{C}$$

と求められる。以上から、相対供給関数を $f_{Se1}(P, \overline{C})$ とすれば、

$$\frac{y_2^T}{y_1^T} := f_{Se1a}(P, \overline{C}) = \frac{\int_0^{h_2^{-1}(a_2\overline{C})} \frac{h_2(z)}{a_2} - \left(1 - h_1^{-1}\left(\frac{(a_1\overline{C}/P)+\bar{c}}{e}\right) + h_2^{-1}(a_2\overline{C})\right)\overline{C}}{\int_{h_1^{-1}\left(\frac{(a_1\overline{C}/P)+\bar{c}}{e}\right)}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz} = f_{Se1}(P, \overline{C}) \tag{23}$$

と表せる。$f_{Se1a}(P,\overline{C}) = f_{Se1}(P,\overline{C})$ なので、$P \in [(a_1/a_2)A_E(1), (a_1/a_2)A_E(\overline{z}_2))$ に対して、$\partial f_{Se1a}(P,\overline{C})/\partial P < 0$ である。また、

$$\lim_{P \to \frac{a_1}{a_2}A_E(1)} f_{Se1}(P,\overline{C}) = +\infty$$

$$\lim_{P \to \frac{a_1}{a_2}A_E(\overline{z}_E)} f_{Se1}(P,\overline{C}) = \frac{\int_0^{\overline{z}_E} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - (1-\overline{z}_E+\overline{z}_2)\overline{C}}{\int_{\overline{z}_E}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz}$$

である。

(1-b)$P \in [(a_1/a_2)A_E(\overline{z}_E), (a_1/a_2)A(\overline{z}_2))$ であるとき

この場合も (4) 式〜(7) 式に注意すると、第 1 産業には $[h_1^{-1}(a_1\overline{C}/P), 1]$、第 2 産業には $[0, h_2^{-1}(a_2\overline{C})]$ である労働者が就業する。ただし $\overline{z}_E \geq h_1^{-1}(a_1\overline{C}/P)$ であるため、第 1 産業へ就業する労働者には教育を受けない労働者も含まれている。第 1 産業へ就業する労働者のうち、$[\overline{z}_1, \overline{z}_E]$ である労働者は教育を受けず、$[\overline{z}_E, 1]$ である労働者は教育を受ける。よって各財の合計純生産量は、

$$y_1^T = \int_{h_1^{-1}\left(\frac{a_1\overline{C}}{P}\right)}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - \int_{h_1^{-1}\left(\frac{a_1\overline{C}}{P}\right)}^{\overline{z}_E} \frac{(e-1)h_1(z)}{a_1}dz, \quad y_2^T = \int_0^{h_2^{-1}(a_2\overline{C})} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - \left(1 - h_1^{-1}\left(\frac{a_1\overline{C}}{P}\right) + h_2^{-1}(a_2\overline{C})\right)\overline{C}$$

と求められる。これらの比をとれば、

$$\frac{y_2^T}{y_1^T} = f_{Se1b}(P,\overline{C}) := \frac{\int_0^{h_2^{-1}(a_2\overline{C})} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - \left(1 - h_1^{-1}\left(\frac{a_1\overline{C}}{P}\right) + h_2^{-1}(a_2\overline{C})\right)\overline{C}}{\int_{h_1^{-1}\left(\frac{a_1\overline{C}}{P}\right)}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - \int_{h_1^{-1}\left(\frac{a_1\overline{C}}{P}\right)}^{\overline{z}_E} \frac{(e-1)h_1(z)}{a_1}dz} \tag{24}$$

と相対供給関数 f_{Se1b} が求められる。なお、

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_{Se2a}(P,\overline{C})}{\partial P} = -\frac{h_1(\overline{z}_1)h_1^{-1\prime}\left(\frac{a_1\overline{C}}{P}\right)}{a_1P(y_1^T)^2}\Bigg[\overline{C}\left\{\int_{\overline{z}_1}^1 (h_1(z)-h_1(\overline{z}_1))dz + \int_{\overline{z}_E}^1 (e-1)h_1(z)dz\right\} \\ + \frac{h_1(\overline{z}_1)}{a_2}\int_0^{\overline{z}_2}(h_2(z)-h_2(\overline{z}_2))dz\Bigg] < 0\end{aligned}$$

$$f_{Se1b}\left(\frac{a_1}{a_2}A_E(\overline{z}_E), \overline{C}\right) = \frac{\int_0^{\overline{z}_E} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - (1-\overline{z}_E+\overline{z}_2)\overline{C}}{\int_{\overline{z}_E}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz} = \lim_{P \to \frac{a_1}{a_2}H_E(\overline{z}_2)-0} f_{Se1a}(P,\overline{C})$$

$$\lim_{P \to \frac{a_1}{a_2}A(\overline{z}_2)-0} f_{Se1b}(P,\overline{C}) = \frac{\int_0^{\overline{z}_2} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - \overline{C}}{\int_{\overline{z}_2}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - \int_{\overline{z}_2}^{\overline{z}_E} \frac{(e-1)h_1(z)}{a_1}dz} \tag{25}$$

が相対供給関数 f_{Sb1b} について言える。

(2)$P \in [(a_1/a_2)A(\overline{z}_2), (a_1/a_2)H(0))$ であるとき

この場合は補題 2 より失業が発生せず、完全雇用が実現する。第 1 産業では教育を受けていない労働者も就業している。よって、各財の合計純生産量は、

$$y_1^T = \int_{H^{-1}\left(\frac{a_1}{a_2}P\right)}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - \int_{H^{-1}\left(\frac{a_1}{a_2}P\right)}^{\overline{z}_E} \frac{(e-1)h_1(z)}{a_1}dz, \quad y_2^T = \int_0^{H^{-1}\left(\frac{a_1}{a_2}P\right)} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - \overline{C}$$

と求められる。よって、相対供給関数 f_{Se2} は

$$\frac{y_2^T}{y_1^T} = f_{Se2}(P,\overline{C}) := \frac{\int_0^{H^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - \overline{C}}{\int_{H^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - \int_{H^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)}^{\overline{z}_E} \frac{(e-1)h_1(z)}{a_1}dz} \tag{26}$$

と表すことができる。また、$P \in [(a_1/a_2)H_E(\overline{z}_E),(a_1/a_2)H(0))$ について、

$$\frac{\partial f_{Se2}(P,\overline{C})}{\partial P} = \frac{H^{-1'}\left(\frac{a_2}{a_1}P\right)}{a_1^2(y_1^T)^2}\left[\int_{\overline{z}}^1 (h_1(z)h_2(\overline{z}) - h_1(\overline{z})h_2(\overline{z}_2))dz - h_1(\overline{z})\int_0^{\overline{z}}(h_2(z)-h_2(\overline{z}_2))dz\right] < 0$$

$$f_{Se2}\left(\frac{a_1}{a_2}A(\overline{z}_2),\overline{C}\right) = \frac{\int_0^{\overline{z}_2} \frac{h_2(z)}{a_2}dz - \overline{C}}{\int_{\overline{z}_2}^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - \int_{\overline{z}_2}^{\overline{z}_E} \frac{(e-1)h_1(z)}{a_1}dz} = \lim_{P\to\frac{a_1}{a_2}A(\overline{z}_2)-0} f_{Se1b}(P,\overline{C})$$

$$\lim_{P\to\frac{a_1}{a_2}H(0)-0} f_{Se2b}(P,\overline{C}) = -\frac{\overline{C}}{\int_0^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - \int_0^{\overline{z}_E} \frac{(e-1)h_1(z)}{a_1}dz} < 0$$

である。

(3)$P \in [(a_1/a_2)H(0))$ であるとき

この場合も、失業は発生しない。また、労働者は全員が第 1 産業に就業する。よって、相対供給関数 f_{Se3} は、

$$\frac{y_2^T}{y_1^T} = f_{Se3}(P,\overline{C}) := -\frac{\overline{C}}{\int_0^1 \frac{eh_1(z)}{a_1}dz - \int_0^{\overline{z}_E} \frac{(e-1)h_1(z)}{a_1}dz} < 0 \tag{27}$$

と表すことができる。

以上に挙げた (23) 式、(24) 式、(26) 式、(27) 式から相対供給曲線 $f_{Se}(P,\overline{C})$ は、

$$\frac{y_2^T}{y_1^T} = f_S(P,\overline{C}) := \begin{cases} +\infty & \text{if } P \in \left[0, \frac{a_1}{a_2}A_E(1)\right] \\ \max[f_{Se1a}(P,\overline{C}),0] & \text{if } P \in \left(\frac{a_1}{a_2}A_E(1), \frac{a_1}{a_2}A_E(\overline{z}_E)\right) \\ \max[f_{Se1b}(P,\overline{C}),0] & \text{if } P \in \left[\frac{a_1}{a_2}A_E(\overline{z}_E), \frac{a_1}{a_2}A(\overline{z}_2)\right) \\ \max[f_{Se2}(P,\overline{C}),0] & \text{if } P \in \left[\frac{a_1}{a_2}A(\overline{z}_2), \frac{a_1}{a_2}H(0)\right) \\ 0 & \text{if } P \in \left[\frac{a_1}{a_2}H(0), \infty\right) \end{cases} \tag{28}$$

と表すことができる。

3.3 失業均衡存在条件

これまでの議論によって、相対需要曲線 f_{De} と相対供給曲線 f_{Se} が求められた。相対需要曲線 f_{De} と相対供給曲線 f_{Se} の交点が均衡である。このとき、均衡価格が (i)$\overline{z}_E < \overline{z}_2$ である場合は $P < (a_1/a_2)A_E(\overline{z}_2)$、(ii)$\overline{z}_E > \overline{z}_2$ である場合は $P < (a_1/a_2)A(\overline{z}_2)$ であれば、均衡において失業が発生する。(16) 式と (22) 式、(28) 式から、教育が導入されていても失業均衡が存在することが分かる。教育が導入された場合においても、均衡において失業が発生するだろうか。以下の命題 2 は教育が導入された場合においても均衡において失業が発生する場合があることを示している。

命題 2：教育が導入されている場合においても $\overline{C} \geq \widetilde{C}$ であれば均衡において必ず失業が発生する。$\overline{C} < \widetilde{C}$ である場合においては、

$$f_{Se2a}\left(\frac{a_1}{a_2}H_E(h_2^{-1}(a_2\overline{C})),\overline{C}\right)=\frac{1-\theta}{\theta}\frac{a_1}{a_2}H_E(h_2^{-1}(a_2\overline{C}))$$

を満たす θ を $\overline{\theta}_{e1}$、

$$f_{Se2}\left(\frac{a_1}{a_2}H(h_2^{-1}(a_2\overline{C})),\overline{C}\right)=\frac{1-\theta}{\theta}\frac{a_1}{a_2}H(h_2^{-1}(a_2\overline{C}))$$

を満たす θ を $\overline{\theta}_{e2}$ とすると、

(i) $\overline{z}_E < \overline{z}_2$ である場合は、$\theta < \overline{\theta}_{e1}$ であれば均衡において失業が発生する。

(ii) $\overline{z}_E > \overline{z}_2$ である場合は、$\theta < \overline{\theta}_{e2}$ であれば均衡において失業が発生する。

証明：補題 2 から、(i)$\overline{z}_E < \overline{z}_2$ である場合は f_{De} と f_{Se1}、(ii)$\overline{z}_E > \overline{z}_2$ である場合は f_{De} と f_{Se1a} または f_{Se1b} が交点を持ったとき、均衡において失業が発生する。その条件は $F(\overline{C})$ の符号条件と同じである。なぜなら、(18) 式右辺と (25) 式右辺において、分母は必ず正であり、分子の符号のみで決定されるためである。よって、$\overline{C} \geq \widetilde{C}$ であれば $F(\overline{C}) \leq 0$ なので、均衡において必ず失業が発生する。一方、$\overline{C} < \widetilde{C}$ である場合においては θ の値に依存する。$\partial f_{De}(P,\theta)/\partial\theta < 0$ なので、(i)$\overline{z}_E < \overline{z}_2$ である場合は、$\theta < \overline{\theta}_{e1}$ であれば均衡において失業が発生する。また、(ii) $\overline{z}_E > \overline{z}_2$ である場合は、$\theta < \overline{\theta}_{e2}$ であれば均衡において失業が発生する。 ■

図 5、図 6 は教育が導入された場合における均衡を図示したものである。

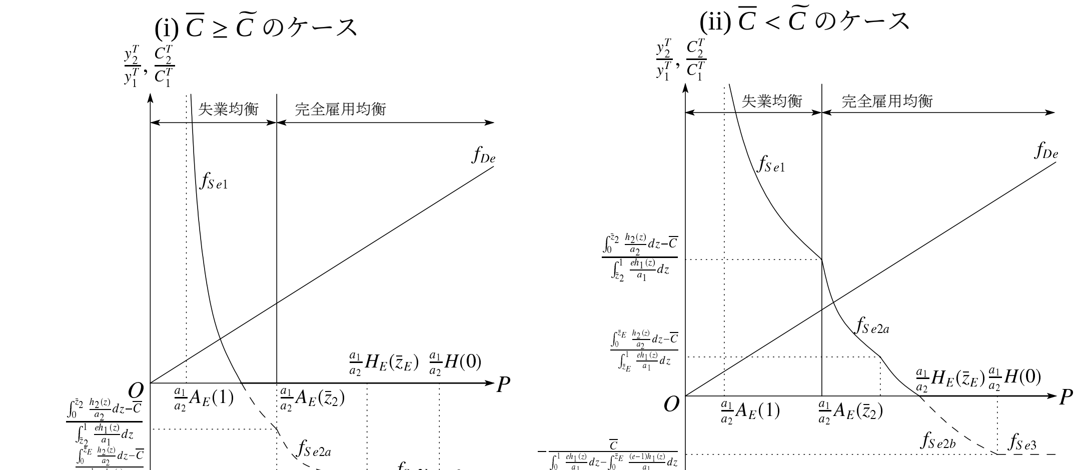

図 5　教育が導入された場合における均衡 ($\overline{z}_E < \overline{z}_2$ である場合)

命題 2 によって、教育が導入された場合においても均衡において失業が発生することが証明された。つまり、教育を導入しても失業は完全に無くならないのである。

労働者の所得が増加して失業が無くなることが教育には期待されていた。しかし、教育によって失業を減らすことはあっても、完全に無くすことはできないのである。しかも、命題 1 と命題 2 からわかるように、教育を導入しても失業が発生する条件はほとんど変わっていない。この、教育を導入しても失業を完全には無くならず、失業が発生する条件もほとんど変わらない、という命題 2 が教育が持つ第 1 のパラドックスである。

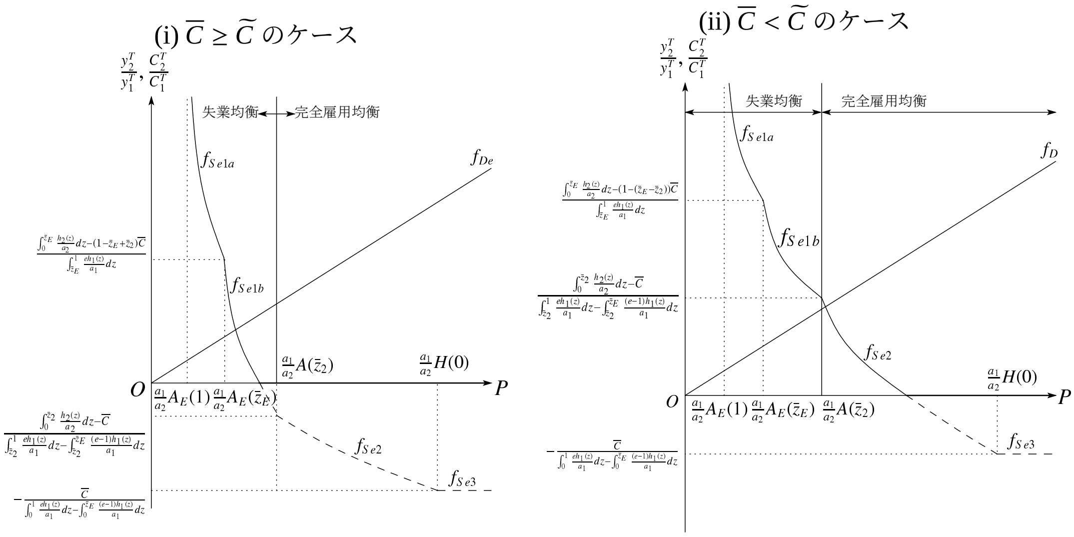

図 6　教育が導入された場合における均衡 ($\overline{z_E} > \overline{z_2}$ である場合)

また、命題 1 で主張された内容が命題 2 でも同様に言える。すなわち、生活に必要な第 2 財の量 $\overline{C}$ が大きい、またはエンゲル係数 $1-\theta$ が大きく第 2 財 (農業製品) への依存が強いほど、均衡において失業が発生しやすくなることを主張している。

3.4　失業者数の変化

命題 2 によって、教育が導入された場合においても低所得に起因する失業を完全に無くすことができない、という教育が持つ第 1 のパラドックスが証明された。教育が導入された場合において失業均衡が発生する条件についても命題 2 によって示されている。しかし、均衡における相対価格 P は教育を導入したかどうかによって異なる。本節では、教育が導入されることで失業者数がどう変化するか分析する。

失業が発生している場合、補題 2 から $z \in (\overline{z_2}, \overline{z_1})$ である労働者が失業している。$\overline{z_2}$ は定数であるため、教育が導入したことで、教育が導入されないときと比較して $\overline{z_1}$ が増加すると、教育導入によって失業者が増えてしまうことになる。以下に示す命題 3 は、教育が導入されたときに $\overline{z_1}$ が増加する可能性があること、つまり教育が持つ第 2 のパラドックスを主張する命題である。

命題 3：$\overline{z_E} > \overline{z_2}$ であるとき、教育導入前の均衡において失業が発生しているとする。このとき、教育導入前の均衡相対価格が $P \in [(a_1/a_2)A(\overline{z_E}), (a_1/a_2)A(\overline{z_2}))$ であれば、教育導入によって失業者数が増加する。

証明：$\overline{z_E} > \overline{z_2}$ であるときは、教育を導入したかどうかに関わらず、$P < (a_1/a_2)A(\overline{z_2})$ であれば失業が発生する。また、相対価格が $P \geq (a_1/a_2)A(\overline{z_E})$ である部分については、$\overline{z_1}$ は教育が導入されてもシフトしない[*12]。さらに、$\overline{z_1}$ は教育が導入されても P に対して単調減少である。よって、教育が導入されることで、相対供給曲線のシフトによって教育導入前より均衡相対価格が低下することを示せばよい。

$\overline{z_E} > \overline{z_2}$ であるときに教育が導入されると、失業が発生する $P < (a_1/a_2)A(\overline{z_2})$ における相対供給曲

[*12] 教育導入によって $\overline{z_1}$ がシフトするのは、(6) 式から $P < (a_1/a_2)A_E(\overline{z_E})$ な部分である。

線は、$P \in ((a_1/a_2)A_E(1), (a_1/a_2)A_E(\overline{z_E}))$ であるときは $f_{S1}(P, \overline{C})$ から $f_{Se1a}(P, \overline{C})$ へシフトする。また、$P \in [(a_1/a_2)A(\overline{z_E}), (a_1/a_2)A(\overline{z_2}))$ であれば $f_{Se1b}(P, \overline{C})$ へシフトする。(10) 式と (24) 式から、$y_2^T/y_1^T > 0$ であるときは $f_{S1}(P, \overline{C}) > f_{Se1b}(P, \overline{C})$ が成立する。$f_{S1}(P, \overline{C})$ と $f_{Se1a}(P, \overline{C})$ については、$P < (a_1/a_2)A(\overline{z_2})$ であれば補題 1 と (6) 式から $h_1^{-1}(a_1\overline{C}/P) > h_1^{-1}(((a_1\overline{C}/P) + \overline{c})/e)$ が成立するため、$f_{S1}(P, \overline{C}) > f_{Se1a}(P, \overline{C})$ が成立する。

以上から、$P < (a_1/a_2)A(\overline{z_2})$ かつ $y_2^T/y_1^T > 0$ である場合、$f_S(P, \overline{C}) > f_{Se}(P, \overline{C})$ が成立する。ゆえに、$\overline{z_E} > \overline{z_2}$ であるときに教育が導入されると均衡相対価格 P が低下する。 ■

命題 3 は $\overline{z_2}$ が十分低い場合、または $\overline{z_E}$ が十分高い場合に教育を導入すると、すでに発生している失業者数が増えてしまう可能性があることを意味している。特に、$\overline{z_E}$ が十分高いということは教育によって技能が上昇する e が低すぎる、もしくは教育にかかるコスト $\overline{c}$ が高すぎることを意味する。つまり、教育にかかるコストが高く、限られた労働者にしか教育を受けるメリットがない場合、失業者数を減らすために教育を導入しても逆に失業者が増えてしまうのである。

命題 3 が成立する原因として、次の 2 点が挙げられる。

第 1 の原因は、相対価格が下がると相対賃金率も下がってしまうためである。第 1 産業に適性があるが教育を受けられない労働者にとっては教育が導入されると受け取れる賃金が (相対的に) 少なくなってしまう。一方で、生活に最低限必要な第 2 財 $\overline{C}$ を確保するために必要な所得 $P_2\overline{C}$ は相対的に増加してしまう。結果、第 1 産業で就業できる労働者数が少なくなり、失業者数が増えてしまうのである。

第 2 の原因は、企業にとっては教育が単に投入効率労働量が上昇するだけであるためである。教育が導入されても生産関数自体は変化しないため、一人当たりの投入効率労働量が上昇すると、企業は雇用する労働者を減らしてしまう。結果、第 1 産業で就業できる労働者数が少なくなり、失業者数が増えてしまうのである。

以上、命題 3 が成立する原因を 2 点挙げた。命題 3 によって、条件によっては教育が導入されることで低所得に起因する失業者が増加してしまう、という教育が持つ第 2 のパラドックスを証明することができた。教育には、労働者が持つ技能を向上させ、所得を増加させるインセンティブがあるにも関わらず、教育導入によって低所得に起因する失業が増加する場合もあるのである。本研究では十分に所得を確保できず最低限生活に必要な第 2 財を確保できない労働者を失業と定義していた。よって命題 3 が成立し、教育によって失業者が増えることは、教育を導入することで十分に所得を確保できず最低限生活に必要な第 2 財を確保できない労働者が増えることを意味する。ゆえに、教育を労働者が持つ技能を高める手段として捉えた場合、教育には低所得者を増やしてしまう側面があると言ってよいであろう。

では、命題 3 が成立しない場合、教育導入によって失業者数はどう変わるであろうか。(6) 式から $\overline{z_1}$ は、教育導入前における相対価格を P、教育導入後における相対賃金を P_e とすれば、

$$\overline{z_1} = \begin{cases} h_1^{-1}\left(\frac{a_1\overline{C}}{P}\right) & \text{(教育が導入されていない場合)} \\ h_1^{-1}\left(\frac{(a_1\overline{C}/P_e)+\overline{c}}{e}\right) & \text{(教育が導入された場合)} \end{cases}$$

と表すことができる。$h_1^{-1'} > 0$ であるため、

$$\frac{(a_1\overline{C}/P_e) + \overline{c}}{e} - \frac{a_1\overline{C}}{P} < 0 \tag{29}$$

であれば、教育導入によって低所得に起因する失業者数、もしくは低所得な労働者数を減らすことができる。(29) 式からわかるように、少ない教育コスト $\overline{c}$ でより労働者が持つ技能を大きく向上させることができる、つまり e が十分に高い場合は、低所得に起因する失業者数、もしくは低所得者である労働者数を減らせる可能性

が高まることが分かる。
少ない教育コストでより労働者が持つ技能を大きく向上させることができる例として、字の読み書きなどといった初等教育が挙げられる。字の読み書きといった初等教育は技能が低い人でも受けることができ、しかも労働において重要な技能であるため、労働者が持つ技能を大きく向上させることができる。逆に、専門性が高すぎて技能が高い人にしか受けられないような教育は低所得な失業者数を増やしてしまうと言える。

本章で行われた議論によって、教育を導入しても低所得に起因する失業を完全に無なることはなく失業が発生する条件も教育導入前とほとんど変わらない、条件によっては教育を導入すると低所得に起因する失業を増やしてしまう、という教育が持つ 2 点のパラドックスが存在することを証明できた。一方で、少ない教育コストでより労働者が持つ技能を大きく向上させることができる教育を導入できた場合、当初の期待通りに労働者の所得を増加させ、低所得に起因する失業を減らすことができる可能性についても指摘できた。

結論

本研究では、労働者が産業によって異質な技能を持ち、各産業に必要な労働が異なるモデルにおいて、教育を導入することによって低所得に起因する失業者がどう変化するか分析を行った。本モデルにおける教育については、労働者が持つ技能が向上する、もしくは教育によって自らが持つ本来の能力を示す手段として捉えて分析を行った。
労働者が産業によって異質な技能を持ち、各産業に必要な労働が異なるモデルの構築に際しては、貿易理論で使用されているモデルを応用し、教育経済学における新たなモデルを提示した。本研究では Dornbusch, Fischer and Samuelson (1977) における無数の財、Yanagawa (1996) における無数の財について、無数の労働者として解釈し直すことで、モデルにおける労働者が多様な技能、各産業に必要な労働の質が異なるモデルを構築した。本モデルにおいて、失業は低所得であるために生活に必要な財を確保できない状態であるとして分析を行った。Stone-Geary 型効用関数を労働者における効用関数として使用する、という工夫で、低所得に起因する失業をモデルに組み込んで分析を行った。教育経済学で分析されているモデルとして、貿易理論を応用したモデルは存在せず、新たな研究視点を提示したと言える。
本研究によって、教育が持つ 2 点のパラドックスを証明することができた。
教育が持つ第 1 のパラドックスは、教育を導入しても低所得に起因する失業が完全にはなくなることはなく、失業が発生する条件もほとんど変わらないことである。本モデルにおいて教育が導入されていない場合において、低所得に起因する失業が均衡において存在することが命題 1 において証明された。さらに、教育が導入された場合においても、低所得に起因する失業が完全にはなくならず、失業が発生する条件もほとんど変わらないという教育が持つ第 1 のパラドックスが命題 2 によって証明された。
教育が持つ第 2 のパラドックスは、労働者が持つ技能を高める手段としての教育が、低所得に起因する失業者を増やしてしまう可能性があることである。教育は労働者が持つ技能を向上させ、所得を増加させるため、低所得に起因する失業を減らすことが期待できるはずである。しかし、条件によっては教育が導入されると低所得に起因する失業を増やしてしまう可能性が命題 3 によって証明された。すなわち、労働者の所得が増えると期待して導入した教育によって、労働者の所得が下がってしまう可能性がある。
以上が、本研究によって証明された教育が持つ 2 点のパラドックスである。一方で、本研究では教育が持つパラドックスを証明するだけでなく、低所得に起因する失業者を減らすことができる可能性も指摘した。つまり、教育によって労働者の所得が増加し、低所得に起因する失業者を減らすことができる可能性もある。本研

究では、少ないコストで労働者が持つ技能を大きく向上させられる教育を導入できれば、低所得に起因する失業者を減らすことができる可能性がある点を指摘した。

本研究では研究できなかった課題も存在する。本研究では教育が持つ効果について、労働者が持つ技能を上昇させる、という点のみに注目して分析を行った。しかし、当然ではあるが教育が持つ効果は単に労働者が持つ技能を向上させる効果だけではない。教育が労働者が持つ技能を向上させるだけでなく、経済学的に違う効果を持っている場合、低所得に起因する失業がどうなるのか、という点は今後の研究課題であると言える。例えば、教育によって労働投入係数が下がるといった効果があり、企業が持つ生産関数自体が変わる場合、教育によって低所得に起因する失業がどう変わるかどうか、という点は興味深い。また、企業が持つ生産関数は生産要素が労働のみであった。生産要素として資本を導入した場合、低所得に起因する失業が存在するか、そして教育によって低所得に起因する失業がどう変化するか、という点についても興味深い。今後も本モデルに関する研究を続け、モデルのさらなる精緻化を行い、そして新たな発見をしていきたい。

参考文献

[1] Becker, G. S. (1964) *Human Capital：A Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education*, University of Chicago Press.

[2] Dornbusch, R., Fischer, S. and Samuelson, P. A. (1977) ”Comparative Advantage, Trade, and Payments in a Ricardian Model with a Continuum of Goods” *The American Economic Review*, 67(5), pp. 823-839.

[3] Frenkel, J.A., Razin, A. (1975) ”Variable Factor Supplys and the Production Possibility Frontier” *Southern Economic Journal*, 41(3), pp.410-419.

[4] Spence, M. (1973) ”Job Market Signaling”, *Quarterly Journal of Economics*, 87, 3, pp.355-374.

[5] Yanagawa, N.(1996) ”Economic development in a world with many countries” *Journal of Development Economics*, 49, pp.271-288.