中京大学経済学論叢
12号
2001年 3月

戦略的遺産動機、非対称情報と出産数の決定*

釜 田 公 良
佐 藤 隆
二 神 律 子

1．はじめに

本研究の主な目的は、遺産動機と子の数との関連性を探ることにある。遺産動機に関する仮説には様々なものがあるが、「利他的遺産動機仮説」（Barro, 1974）と「戦略的遺産動機仮説」（Bernheim, Shleifer and Summers, 1985）が代表的である。利他的遺産動機仮説とは、純粋に子のことを思いやり、最適な世代間の消費配分の実現のために遺産を残すというものであり、戦略的遺産動機仮説とは、子の行動（典型的には、親に対するアテンション）を操作する手段として遺産を利用するというものである。

親が利他的動機に基づいて遺産を残す場合における子の数の決定については、Becker and Barro（1988），Barro and Becker（1989）において議論されている。そこでは、子１人当たりの遺産と養育費の和である子を持つことの限界費用と、利他主義に基づく子が１人増えることによる効用の増加（限界便益）とが一致するように、子の数が決定される。一方、親が戦略的動機に基づいて遺産を残す場合には、子の数は内点解をとらず、外生的な要因に基づく上限値に定まることが、Cremer and Pestieau（1991）によって示されている。彼らのモデルにおいては、親はより多くのアテンションを得ようと思えばより多くの遺産を提示しなければならないが、子のアテンションに対する限界不効用が逓増するため、アテンションの総量は同じでも、少数の子から多くのアテンションを受けるより、多くの子から少しずつアテンションを受けた方が遺産の総額は少なくてすむ。Cremer and Pestieau（1991）は、この結果から、戦略的遺産動機は大家族を導く傾向をもつと結論している。

＊本稿の基礎となる研究に対して、中京大学特定研究助成（平成10年度）および文部省科学研究費補助金（平成10年度・11年度課題番号 10730044）を受けたことに感謝する。

本研究では、Chami（1996, 1998）に基づき、子のアクションとして、所得を得るための努力（effort）を想定する。そして、子の努力が子の効用にのみ影響を与え、親の効用に直接には影響を与えないケースと、親と子の両方の効用に直接に影響を与えるケースを分析する。前者のケースでは、Becker and Barro（1988）, Barro and Becker（1989）との本質的な相違は生じないが、後者のケースでは、親にとっての最適な努力水準と子にとっての最適な努力水準が一致しないため、親と子の間にコンフリクトが発生する。その結果、Bernheim, Shleifer and Summers（1985）と同様に、子の努力水準を操作する手段として遺産を用いるという戦略的動機を親が持つ可能性が生じる。

さらに、ここでは、子の所得に関する不確実性と親が子の努力水準を観察できないという情報の非対称性を考慮する。子が親とは異なる職業に就いて、生計も住居も別であったとすれば、親は子の努力水準を観察したり、所得から努力水準を正確に推し量ることはできないと考えられる。こうした非情報情報モデルは、Chami（1996, 1998）, Cremer and Pestieau（1998）によって展開されているが、それらにおいて内生的出産選択は考慮されていない。本研究では、戦略的遺産動機モデルの下でも非対称情報が存在する場合には、Cremer and Pestieau（1991）とは異なり、子の数が内点解をとる可能性があることを明らかにする。さらに、子の数と遺産の大きさに関して、利他的遺産動機モデルとの比較も行う。

以下の構成は次のとおりである。２節では、子の努力が親の効用には直接に影響を与えないケースを考え、子の数の決定に関して、それがBecker and Barro（1988）, Barro and Becker（1989）のモデルと本質的に同じ性質を持つことを示す。３節では、子の努力が親と子の両方の効用に直接に影響を与え、その水準が親からも観察可能であるケースを考える。そして、子の数が上限値をとるというCremer and Pestieau（1991）と同様の結果が得られることを示す。４節では、子の努力が親と子の両方の効用に直接に影響を与えるが、その水準が親には観察できないケースを考える。そして、前述のように、親が戦略的遺産動機を持つにもかかわらず、子の数が内点解をとる可能性が示される。最後に、５節では、結果の要約が述べられる。

２．利他的遺産動機モデル

本節では、Becker and Barro（1988）, Barro and Becker（1989）の内生的出産選択モデルに、子の所得に関する不確実性を導入する。子の所得はpの確率でy_L、$1-p$の確率で

y_H（$>y_L$）となるが、pは子の努力水準eの関数であるとする。すなわち、

$$p=p(e),\ p'(e)<0,\ p''(e)>0$$

さらに、親は子の努力水準を観察できず、実現した所得のみを観察できると仮定する。Chami（1996）は、このような情報の非対称性が存在する場合には、親が子の所得を観察した後に遺産を決めるよりも、子が努力水準を選ぶ以前に遺産を決めた方が、子の努力水準は大きくなり、親と子の両方の厚生が高まることを示している。ここでは、この結果を踏まえ、以下のようなゲームのタイミングを考える。

（i）親が子の数nを選択する（ただし、$0\leq n\leq\bar{n}$）。

（ii）親が遺産b（≥ 0）を選択する（遺産ルールを提示する）。

（iii）子がbを観察して、努力水準e（≥ 0）を選択する。

（iv）自然が手番をとり、子の所得が実現される。

ここで、すべての子は同質であり、共同効用を最大化するように行動すると仮定する。

親および子の期待効用関数は、それぞれ次のように定式化される。

(1) $EU_p=u_p(y_p-nb)+\delta(n)nEU_k$

(2) $EU_k=p(e)u_k(y_L+b)+[1-p(e)]u_k(y_H+b)-\upsilon(e)$

ここで、$\delta(n)$は親が1人の子の効用に置くウェイトであり、$\delta'(n)<0$，$\delta(n)+\delta'(n)n>0$を仮定する。$-\upsilon(e)$は子の努力からの不効用を表し、$\upsilon'>0$，$\upsilon''>0$を仮定する。$u_p(\cdot)$，$u_k(\cdot)$については、通常の仮定を満たすものとする。また、ここでは、Cremer and Pestieau（1991）と同様に、子の養育費は捨象する。

まず、3段階目における子の問題は、遺産を所与として努力水準を決定する問題となる。

$$\max_e p(e)u_k(y_L+b)+[1-p(e)]u_k(y_H+b)-\upsilon(e)$$

1階条件は次のようになる。

(3) $p'(e)[u_k(y_L+b)-u_k(y_H+b)]-\upsilon'(e)=0$

これより、子の反応関数$e=e(b)\,(e'<0)$が導かれる。

次に、２段階目における親の問題は、子の数を所与として、子の反応を考慮しながら遺産を決定する問題となる。

$$\max_{b}\ u_p(y_p-nb)+\delta(n)n\{p(e(b))u_k(y_L+b)\\ +[1-p(e(b))]u_k(y_H+b)-\upsilon(e(b))\}$$

１階条件は次のとおりである。

$$(4)\quad -nu'_p(y_p-nb)+\delta(n)n\{p(e)u'_k(y_L+b)\\ +[1-p(e)]u'_k(y_H+b)\}=0$$

(3)、(4) より、nを所与として、２期目以降のサブゲームの均衡 $(b^A(n),\ e^A(b^A(n)))$が求められる。

ここで、nに対して、bがいかに反応するかをみてみよう。(4) をnとbに関して全微分し、変形することにより、次式を得る。

$$b^{A'}(n)\left(\equiv\frac{db^A}{dn}\right)=-\frac{bu''_p+\delta'[pu'_{kL}+(1-p)u'_{kH}]}{U_{bb}}$$

ここで、$U_{bb}\equiv\partial^2 EU_p/\partial b^2$であり、期待効用最大化の２階の条件が満たされていることを仮定すれば、その符号は負である。また、$u'_{kL}\equiv u'_k(y_L+b)$，$u'_{kH}\equiv u'_k(y_H+b)$である。効用関数についての仮定より、次の命題が導かれる。

命題１　$b^{A'}(n)<0$

すなわち、利他的動機に基づいて遺産が残されている場合には、子の数が増えたとき、親は１人当たりの遺産を減らす。

次に、１段階目の親の問題を考える。$(b^A(n),\ e^A(b^A(n)))$を親の期待効用関数に代入すると、

$$V(n)\equiv EU_p(b^A(n),\ e^A(b^A(n)),\ n)$$
$$=u_p(y_p-nb^A(n))+\delta(n)n\{p(e^A(b^A(n)))u_k(y_L+b^A(n))$$
$$+[1-p(e^A(b^A(n)))]u_k(y_H+b^A(n))-\upsilon(e^A(b^A(n)))\}$$

となり、親はこれを最大化するようにnを選択する。最大化の１階条件は次式で与えられる。

(5) $$\frac{dV(n)}{dn}=[EU_{pb}+EU_{pe}\cdot e^{A'}(b)]b^{A'}(n)+EU_{pn}=0$$

ここで、$EU_{pb}\equiv\partial EU_p/\partial b$, $EU_{pe}\equiv\partial EU_p/\partial e$, $EU_{pn}\equiv\partial EU_p/\partial n$である。(4）より、$EU_{pb}+EU_{pe}e^{A'}(b)=0$であることを考慮すると、(5）は次のようになる。

(6) $$\frac{dV(n)}{dn}=EU_{pn}=-b^A u_p'(y_p-nb^A)+[\delta(n)+\delta'(n)n]EU_k=0$$

この式より、親は子を持つことの限界費用と限界便益が均等になるように子の数を選ぶことがわかる。子を持つことの限界費用とは、子が１人増える結果、遺産の総額が増えて自分の消費が減ることによる効用の減少であり、子を持つことの限界便益とは、利他主義に基づく子が１人増えることによる効用の増加である。(6）は、Becker and Barro（1988）において導出された子の数の決定に関する条件式と基本的に同じものである。

３．戦略的遺産動機モデル：対称情報のケース

本節および次節においては、Becker（1991）, Chami（1998）に基づき、子の努力水準が子の効用水準のみならず、親の効用水準にも直接影響を与えるケースを考える。Becker（1991）は親の効用に影響を与える子の行動のことを‘ merit goods ’と呼んでいる。この用語を使えば、子の努力が‘ merit goods ’であるケース、例えば、子が学校でよい成績をとったり、勤勉に働いたりすることによって、親が満足を得るケースを想定する。

こうしたケースにおいては、前節とは異なり、親が利他的であっても、子にとっての最適な努力水準と親にとっての最適な努力水準は一般的には一致しないため、親と子の間にコンフリクトが発生する。このとき、親は純粋に利他主義に基づいて遺産を残すのではなく、子の行動を操作する手段として遺産を用いるという戦略的な行動をとる誘因を持つ。

子の努力が‘ merit goods ’であるケースにおける親の効用関数は次式で表される。

$$EU_p = u_p(y_p - nb) + w(ne) + \delta(n) nEU_k$$

ここで、$w(ne)$は子の努力水準（の総量）から親が直接得る満足を表し、$w' > 0$，$w'' < 0$を仮定する。

本節では、まず、親が子の努力水準を観察可能な対称情報のモデルを分析する。対称情報のケースでは、Bernheim, Shleifer and Summers（1985）と同様に、親は子から望ましい行動を引き出すために、遺産ルールにコミットメントすると考えられる。すなわち、親は、子の参加制約条件

(7) $EU_k(e,\ b) \geq EU_k(\underline{e},\ 0)$

の下で、自分の期待効用を最大にする$(b,\ e)$を選択する。ここで、

$\underline{e} \equiv \arg\max_e\ p(e)u_k(y_L) + [1 - p(e)]u_k(y_H) - \upsilon(e)$、すなわち、遺産がゼロのときに子が選ぶ努力水準である。親が選択する$(b,\ e)$を$(b^S,\ e^S)$とおくと、親が提示する遺産ルールは次のようになる。

(8) $b = \begin{cases} b^S, & \text{if } e \geq e^S \\ 0, & \text{if } e < e^S \end{cases}$

$(b^S,\ e^S)$は、次の問題の解として求められる。

$$\begin{aligned} \max_{b,\, e}\ & u_p(y_p - nb) + w(ne) \\ & + \delta(n) n \{p(e)u_k(y_L + b) + [1 - p(e)]u_k(y_H + b) - \upsilon(e)\} \\ & + \lambda \{p(e)u_k(y_L + b) + [1 - p(e)]u_k(y_H + b) - \upsilon(e) - EU_k^0\} \end{aligned}$$

ここで、$EU_k^o \equiv EU_k(\underline{e},\ 0)$である。子の参加制約がバインドする場合を想定すれば、この問題の１階条件は次のようになる。

(9) $-nu_p'(y_p-nb)+[\delta(n)n+\lambda]\{p(e)u_k'(y_L+b)$
$+[1-p(e)]u_k'(y_H+b)\}=0$

(10) $nw'+[\delta(n)n+\lambda]\{p'(e)[u_k(y_L+b)-u_k(y_H+b)]-\upsilon'(e)\}=0$

(11) $p(e)u_k(y_L+b)+[1-p(e)]u_k(y_H+b)-\upsilon(e)-EU_k^o=0$

(9)－(11) より、nを所与として、２段階目以降のサブゲームの均衡$(b^S(n),\ e^S(n))$が求められる。

次に、１段階目の親の問題を考える。$(b^S(n),\ e^S(n))$を親の期待効用関数に代入すると、次式を得る。

(12) $V(n)\equiv EU_p(b^S(n),\ e^S(n),\ n)$
$=u_p(y_p-nb^S(n))+w(ne^S(n))$
$+\delta(n)n\{p(e^S(n))u_k(y_L+b^S(n))$
$+[1-p(e^S(n))]u_k(y_H+b^S(n))-\upsilon(e^S(n))\}$

親は、(12) を最大にするようにnを選択する。(12) をnについて微分すると次のようになる。

(13) $\dfrac{dV(n)}{dn}=EU_{pb}\cdot b^{S'}(n)+EU_{pe}\cdot e^{S'}(n)+EU_{pn}$

ここで、(9)、(10) より、

(14) $EU_{pb}\cdot b^{S'}(n)+EU_{pe}\cdot e^{S'}(n)$
$=\lambda\{[p(e^S)u_k'(y_L+b^S)+(1-p(e^S))u_k'(y_H+b^S)]b^{S'}(n)$
$+[p'(e^S)(u_k(y_L+b^S)-u_k(y_H+b^S))-\upsilon'(e^S)]e^{S'}(n)\}$

となる。一方、(11) を辺々nで微分すると、次のようになる。

(15) $$[p(e^S)u_k'(y_L+b^S)+(1-p(e^S))u_k'(y_H+b^S)]b^{S'}(n)$$
$$+[p'(e^S)(u_k(y_L+b^S)-u_k(y_H+b^S))-\upsilon'(e^S)]e^{S'}(n)=0$$

(15) を (14) に代入すると、次式が得られる。

$$EU_{pb}\cdot b^{S'}(n)+EU_{pe}\cdot e^{S'}(n)=0$$

これより、(13) は、

(16) $$\frac{dV(n)}{dn}=EU_{pn}$$
$$=-b^Su_p'(y_p-nb^S)+e^Sw'(ne^S)+[\delta(n)+\delta'(n)n]EU_k$$
$$=e^Su_p'\cdot[MRS_{pp}-\frac{b^S}{e^S}]+[\delta(n)+\delta'(n)n]EU_k$$

となる。ここで、$MRS_{pp}\equiv w'(ne^S)/u_p'(y_p-nb^S)$、すなわち、$(b^S(n),\ e^S(n))$における親の遺産と努力水準との間の私的限界代替率である。この式より、最右辺の第２項が正であることを考慮すると、

(17) $$MRS_{pp}\geq\frac{b^S}{e^S}$$

ならば、$dV(n)/dn>0$が成立する。したがって、このとき、均衡の子の数n^Sは上限値$\bar{n}$に定まる。

ここで、図を用いて、(17) が満たされることを示す。図１はnを固定して、eとbについて親と子の無差別曲線を描いたものである。(9)−(11) より、図１のC点において、$EU_k(e^S,\ b^S)=EU_k^0$が成立しており、また、遺産と努力水準との間の親の私的限界代替率MRS_{pp}と子の限界代替率

$$MRS_k \equiv -\frac{p'(e)[u_k(y_L+b)-u_k(y_H+b)]-\upsilon'(e)}{p(e)u_k'(y_L+b)+[1-p(e)]u_k'(y_H+b)}$$

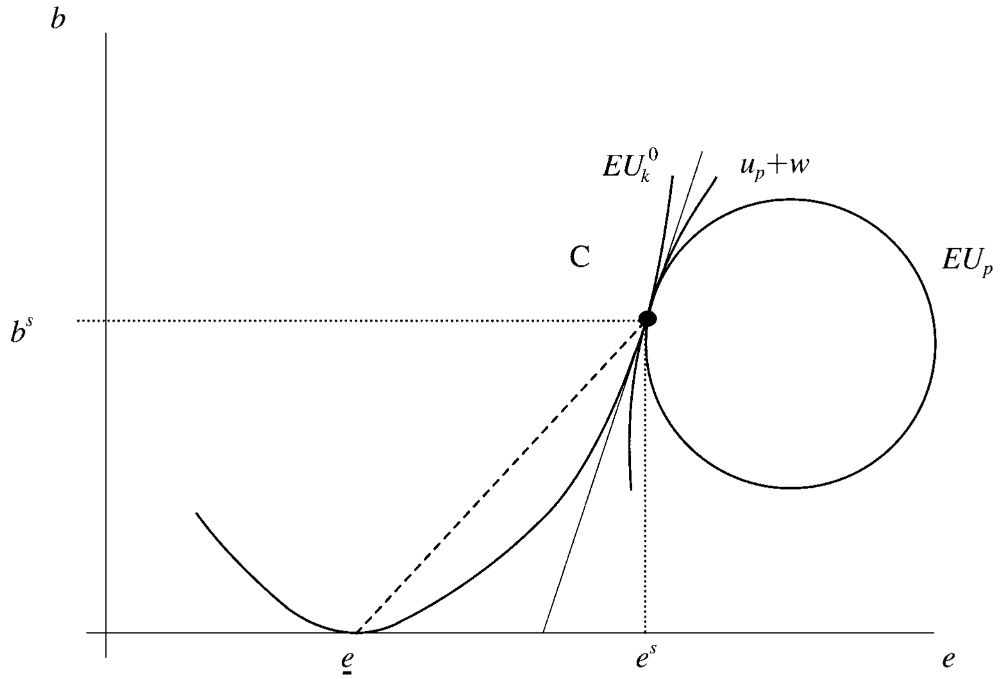
とが一致しているはずである。これより、次の関係が成立する。

$$MRS_{pp}=MRS_k > \frac{b^S}{e^S-\underline{e}} \geq \frac{b^S}{e^S}$$

以上より、次の命題が導かれる。

命題２（Cremer and Pestieau, 1991）　$n^S=\bar{n}$

図１　戦略的遺産動機モデル：対称情報のケース



４．戦略的遺産動機モデル：非対称情報のケース

本節では、子の努力水準がmerit goodsである場合において、親が子の努力水準を観察できないケースを分析する。子の努力水準を観察できない場合には、Chami（1998）において示されているように、親は遺産を努力水準に条件付けることができないため、子からすべての余剰を奪い取ることはできず、パレート効率的な資源配分は達成されない。このような状況下においては、前節の対称情報のケースに比べて、親にとってより多くの子を持つインセンティブは減少し、子の数が上限値をとらない可能性が生まれる。

まず、３段階目における子の問題は、遺産を所与として努力水準を決定する問題となる。

$$\max_{e} p(e)u_k(y_L+b)+[1-p(e)]u_k(y_H+b)-\upsilon(e)$$

１階条件は次のようになる。

$$(18)\quad p'(e)[u_k(y_L+b)-u_k(y_H+b)]-\upsilon'(e)=0$$

これより、子の反応関数$e=e(b)$（$e'<0$）が導かれる。

次に、２段階目における親の問題は、子の数を所与として、子の反応を考慮しながら遺産を決定する問題となる。

$$\max_{b} u_p(y_p-nb)+w(ne(b))+\delta(n)n\{p(e(b))u_k(y_L+b)$$
$$+[1-p(e(b))]u_k(y_H+b)-\upsilon(e(b))\}$$

１階条件は次のようになる。

$$(19)\quad -u'_p(y_p-nb)+w'e'(b)+\delta(n)\{p(e)u'_k(y_L+b)$$
$$+[1-p(e)]u'_k(y_H+b)\}=0$$

(18)、(19）より、nを所与として、２段階目以降のサブゲームの均衡$(b^{AI}(n),\ e^{AI}(b^{AI}(n)))$が求められる。

ここで、nに対して、bがいかに反応するかをみてみよう。（19）をnとbに関して全微分し、変形することにより、次式を得る。

$$b^{AI\prime}(n)\left(\equiv\frac{db^{AI}}{dn}\right)=-\frac{bu''_p+\delta'[pu'_{kL}+(1-p)u'_{kH}]+w''e'e}{U_{bb}}$$

ここで、期待効用最大化の２階の条件が満たされていることを仮定すれば、$U_{bb}<0$である。分子の第１項および第２項が負、第３項が正であることから、次の命題が導かれる。

命題３　$w''e'e\geq(\leq)-\{u''_p+\delta'[p(e)u_{kL}+(1-p(e))u_{kH}]\}$ならば、
$b^{AI\prime}(n)\geq(\leq)\,0$

命題１と比較すると、子の数が増えたとき、利他的遺産動機モデルでは、常に１人当たりの遺産は減るのに対し、非対称情報の戦略的遺産動機モデルでは、遺産が増える可能性がある。両モデルにおける遺産に関する１階条件（4）と（19）をみると、（19）においては$w'e'(<0)$という項が付け加わっていることがわかる。これは、遺産の増加が、子の努力水準の低下を通じて、親の効用を減少させることを表している。ここで、ある水準n_0からn_1へと子の数が増える場合を考えると、$w''<0$より$|w'(n_0e(b^{AI}))e'(b^{AI})|>|w'(n_1e(b^{AI}))e'(b^{AI})|$となり、この項の絶対値は小さくなる。すなわち、子の数の増加により努力の総量は増えるので、親は一人あたりの努力水準が多少減ってもかまわないと考える。これは遺産を増加させる方向に働き、この効果が十分に大きければ子の増加に伴い親は一人あたりの遺産を増加させる。

次に、１段階目の親の問題を考える。$(b^{AI}(n),\ e^{AI}(b^{AI}(n)))$を親の期待効用関数に代入すると、次式を得る。

$$\begin{aligned}(20)\quad V(n)&\equiv EU_p(b^{AI}(n),\ e^{AI}(b^{AI}(n)),\ n)\\&=u_p(y_p-nb^{AI}(n))+w(ne^{AI}(b^{AI}(n)))\\&\quad+\delta(n)n\{p(e^{AI}(b^{AI}(n)))u_k(y_L+b^{AI}(n))\\&\quad+[1-p(e^{AI}(b^{AI}(n)))]u_k(y_H+b^{AI}(n))-\upsilon(e^{AI}(b^{AI}(n)))\}\end{aligned}$$

親は、（20）を最大にするようにnを選択する。（20）をnについて微分すると次のようになる。

（21）$$\frac{dV(n)}{dn}=[EU_{pb}+EU_{pe}\cdot e^{AI\prime}(b)]b^{AI\prime}(n)+EU_{pn}$$

ここで、（19）より、$EU_{pb}+EU_{pe}\cdot e^{AI\prime}(b)=0$であることを考慮すると、

$$[EU_{pb}+EU_{pe}\cdot e^{AI\prime}(b)]b^{AI\prime}(n)=0$$

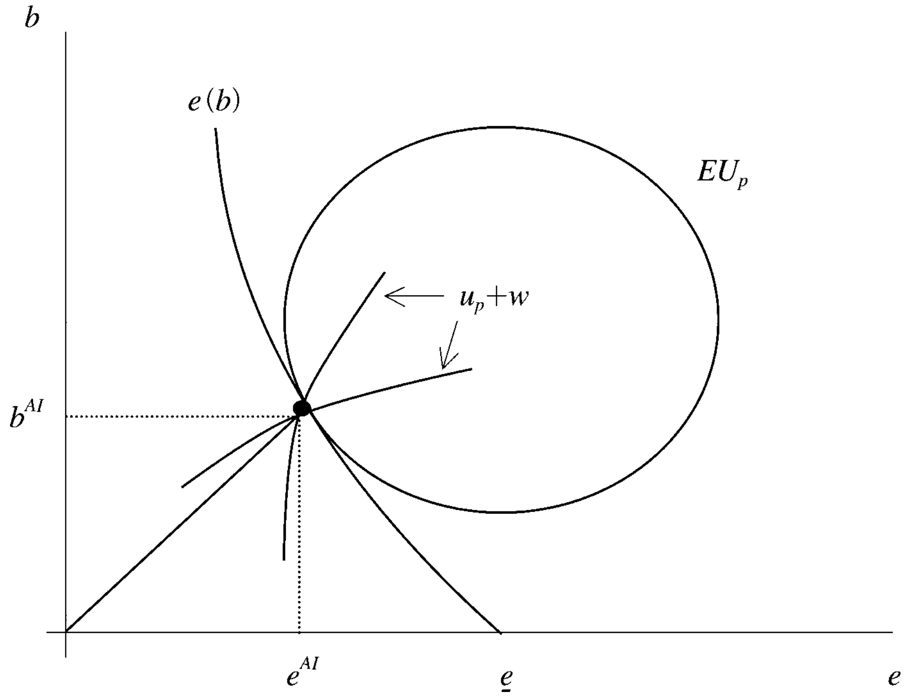
となる。これより、（21）は次のようになる。

（22）$$\begin{aligned}\frac{dV(n)}{dn}&=EU_{pn}\\&=-b^{AI}u_p'(y_p-nb^{AI})+e^{AI}w'(ne^{AI})+[\delta(n)+\delta'(n)n]EU_k\\&=e^{AI}u_p'\cdot[MRS_{pp}-\frac{b^{AI}}{e^{AI}}]+[\delta(n)+\delta'(n)n]EU_k\end{aligned}$$

ここで、図を用いて、（22）の符号を検討する。図２において、均衡点Ｄで子の反応関数と親の無差別曲線が接しているが、親の私的な無差別曲線の傾きは常に正であるから、Ｄ点においてそれらと接することはない。すなわち、図２に示されているように、親の私的無差別曲線の傾きの大きさに依存して、$MRS_{pp}-(b^{AI}/e^{AI})$の符号は決定される。したがって、$MRS_{pp}\geq(b^{AI}/e^{AI})$のときには、均衡の子の数$n^{AI}$は上限値$\bar{n}$に定まる一方、$MRS_{pp}<(b^{AI}/e^{AI})$のときには、内点解をとる可能性がある。このとき、$n^{AI}$は$dV(n)/dn=0$を満たすある$\bar{n}$以下の水準に定まる。この結果をまとめたものが命題４である。

命題４　$MRS_{pp}<\dfrac{b^{AI}}{e^{AI}}$ならば、$n^{AI}<\bar{n}$が成立しうる。

図２　戦略的遺産動機モデル：非対称情報のケース



次に、$MRS_{pp} < (b^{AI}/e^{AI})$ を仮定して、本節の非対称情報の戦略的遺産動機モデルと２節の利他的遺産動機モデルとの間で、子の数および遺産の大きさを比較する。結果は、次の命題に要約される。

命題５　$n^{AI} > n^{A}$, $b^{AI}(n^{AI}) < b^{A}(n^{A})$

ここで、n^{A} は利他的遺産動機モデルにおける均衡の子の数である。命題５の厳密な証明は補論で述べられるが、以下にその概略を示す。

まず、nを与件としたbの決定を考える。Chami（1998）において示されているように、共通のnの下では、利他的遺産動機モデルの方が非対称情報の戦略的動機モデルよりもbは大きい。すなわち、$b^{A}(n) > b^{AI}(n)$である。

次に、nについては、両モデルの比較のために、利他的遺産動機モデルから非対称情報の戦略的動機モデルへの変化を考える。１階条件（6）、（22）を０とおいた式からわかるように、その直接的な効果は$ew'(>0)$の追加であり、これは子を持つことの限界便

益を増加させる。もう一つの効果は、bを通じた間接的な効果であり、nがn^Aのもとで、$b^A(n^A)$から$b^{AI}(n^A)$へと遺産が変化することによる効果である。$b^A(n^A)>b^{AI}(n^A)$であるから、遺産は減少する。この影響は２つの場合に分けられるが、まず、$\partial^2 U_p/\partial n\partial b<0$（$db^{AI}/dn<0$）の場合には、遺産の減少により、子を持つことのネットの限界便益は増加する。したがって、総効果として、利他的遺産動機モデルから戦略的遺産動機モデルへの（１階条件の）変化に伴い、n^Aのもとでの子を持つことのネットの限界便益は増加し、親は子の数を増やす。すなわち、$n^A<n^{AI}$となる。一方、$\partial^2 U_p/\partial n\partial b>0$（$db^{AI}/dn>0$）の場合には、遺産の減少は子を持つことのネットの限界便益を減少させる。しかし、このbを経由してnへ至る間接的な効果は、直接的な効果よりは小さく、総効果としては、子を持つことのネットの限界便益は増加し、やはり親は子の数を増やす。すなわち、この場合も、$n^A<n^{AI}$となる。

ここで、もう一度bの比較に戻る。$db^{AI}/dn<0$の場合には、子の数がn^Aからn^{AI}に増えたとき、遺産は減少するので（$b^{AI}(n^A)>b^{AI}(n^{AI})$）、$b^A(n^A)>b^{AI}(n^A)$を考慮すれば、$b^A(n^A)>b^{AI}(n^{AI})$が成立する。一方、$db^{AI}/dn>0$の場合には、子の数が$n^A$から$n^{AI}$に増えたとき、遺産は増加するが（$b^{AI}(n^A)<b^{AI}(n^{AI})$）、$b^A(n^A)$を上回るほどではなく、やはり$b^A(n^A)>b^{AI}(n^{AI})$が成立する。

５．むすび

本研究では、Becker and Barro（1988），Barro and Becker（1989）に基づく親と子が遺産によってリンクしている内生的出産選択モデルに、子が所得を得るための努力水準を選択するという要素を追加した。そして、遺産動機や情報構造の違いによって、子の数や遺産の量がどのように変わるのかを検討した。主な結果は次のとおりである。第１に、戦略的動機に基づいて親が遺産を残す場合、親が子の努力水準を観察できる対称情報の下では、親はできるだけ多くの子を持とうとするが（Cremer and Pestieau, 1991）、親が子の努力水準を観察できない非対称情報の下では、利他的遺産動機モデルと同様に、子の数が内点解をとる可能性が存在する。第２に、利他的遺産動機モデルと非対称情報の戦略的遺産動機モデルを比較すると、後者の方が子の数は大きくなる。これは、戦略的遺産動機モデルにおいて、非対称情報の存在は多くの子を持とうとする親のインセンティブを弱めるものの、利他的遺産動機モデルに比べれば、やはり子沢山となる傾向があることを意味している。第３に、子１人当たりの遺産の量に関しては、利他的遺産動機モ

デルよりも非対称情報の戦略的遺産動機モデルにおける方が少なくなる。これは、子の数が外生的に扱われているChami（1998）の結果をより一般化したものである。

今後の課題として、一般均衡モデルへの拡張が考えられる。本研究では、家族の行動に焦点を絞るために部分均衡分析を用いたが、子の数は労働市場を通じて、また、遺産は資本市場を通じて、生産面に影響を与える。そして、生産量の変化は家族の遺産や出産数の選択にフィードバックする。こうした経路は本研究では考慮されておらず、一般均衡の枠組みの下で、前述の結論が維持されると断定することはできない。

補論（命題５の証明）

まず、Chami（1998）と同様に、次の仮定を設ける。

仮定１　$-\dfrac{u''_{kL}}{u'_{kL}} > \dfrac{p'e'}{p}$

仮定２　$e'' < 0$

次に、２つの関数 $F(b, n, \theta)$ と $G(b, n, \theta)$ を以下のように定義する。

$$(\mathrm{A1})\quad F(b, n, \theta) \equiv -u'_p(y_p - nb) + \delta(n)\{p(e)u'_k(y_L + b) + [1 - p(e)]u'_k(y_H + b)\} + \theta w'(ne)e'(b) = 0$$

$$(\mathrm{A2})\quad G(b, n, \theta) \equiv -bu'_p(y_p - nb) + [\delta(n) + \delta'(n)n]EU_k(b) + \theta e(b)w'(ne) = 0$$

ここで、(A1)、(A2）は、$\theta = 0$ のときは、利他的遺産動機モデルの（4)、(6）となり、$\theta = 1$ のときは、非対称情報の戦略的遺産動機モデルのケース（19)、(22）を０とおいた式となることに注意されたい。

(A1)、(A2）を b, n, θ で微分すると、以下のようになる。

(A3) $$\begin{bmatrix} F_1 & F_2 \\ G_1 & G_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} db \\ dn \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_\theta d\theta \\ -G_\theta d\theta \end{bmatrix}$$

ここで、

$$F_1 \equiv nu_p'' + \delta(n)[p'(u_{kL}' - u_{kH}')e' + pu_{kL}'' + (1-p)u_{kH}'']$$
$$+\theta[w'e'' + nw''(e')^2]$$
$$F_2 \equiv bu_p'' + \delta'(n)[pu_{kL}' + (1-p)u_{kH}'] + \theta w''e'e$$
$$F_\theta \equiv w'e' < 0$$
$$G_1 \equiv -u_p' + nbu_p'' + [\delta(n) + \delta'(n)n]\{pu_{kL}' + (1-p)u_{kH}'\}$$
$$+\theta[w'e' + nw''e'e]$$
$$G_2 \equiv b^2u_p'' + [2\delta'(n) + \delta''(n)]EU_k + \theta e^2 w''$$
$$G_\theta \equiv ew' > 0$$

である。(A3) のヤコビ行列について以下の補題が成立する。

補題１　$F_1 < 0$，$G_2 < 0$，$G_1 = F_2$

証明　F_1を変形すると、以下のようになる。

$$F_1 = \delta(n)pu_{kL}'\left(\frac{p'e'}{p} + \frac{u_{kL}''}{u_{kL}'}\right) + nu_p'' + \delta(n)[-p'e'u_{kH}' + (1-p)u_{kH}'']$$
$$+\theta[w'e'' + nw''(e')^2]$$

仮定１、２、および、効用関数の仮定より、$F_1 < 0$となる。

$G_2 < 0$は、効用関数の仮定、および、(6) をさらにnで微分して求めた２階の条件式から導かれる$2\delta'(n) + \delta''(n) < 0$より成立する。

$F_2 = G_1$は、G_1に（A1）を代入することによって導かれる。

（証了）

補題２　すべての θ（$0 \leq \theta \leq 1$）に関して、$D(\theta) > 0$ である。ここで、

$$D \equiv \begin{vmatrix} F_1 & F_2 \\ G_1 & G_2 \end{vmatrix}$$

証明　F_1，F_2，G_2を以下のように置き換える。

（A4）$F_1 = f_1 + f_{1\theta}\,\theta$

（A5）$F_2 = f_2 + f_{2\theta}\,\theta$

（A6）$G_2 = g_2 + g_{2\theta}\,\theta$

ここで、

$$\begin{aligned}
f_1 &\equiv nu_p'' + \delta(n)[p'(u_{kL}' - u_{kH}')e' + pu_{kL}'' + (1-p)u_{kH}''] < 0 \\
f_{1\theta} &\equiv w'e'' + nw''(e')^2 < 0 \\
f_2 &\equiv bu_p'' + \delta'(n)[pu_{kL}' + (1-p)u_{kH}'] < 0 \\
f_{2\theta} &\equiv w''e'e > 0 \\
g_2 &\equiv b^2u_p'' + [2\delta'(n) + \delta''(n)]EU_k < 0 \\
g_{2\theta} &\equiv e^2w'' < 0
\end{aligned}$$

である。$G_1 = F_2$（補題１）に注意して、（A4）−（A6）をDに代入すると、

$$\begin{aligned}
D &= F_1G_2 - (F_2)^2 \\
&= (f_1 + f_{1\theta}\,\theta)(g_2 + g_{2\theta}\,\theta) - (f_2 + f_{2\theta}\,\theta)^2 \\
&= [f_1g_2 - (f_2)^2] + (f_{1\theta}\,g_2 + f_1g_{2\theta} - 2f_2f_{2\theta})\theta + [f_{1\theta}\,g_{2\theta} - (f_{2\theta})^2]\,\theta^2
\end{aligned}$$

ここで、

$$C \equiv f_1g_2 - (f_2)^2$$

$$B \equiv f_{1\theta} g_2 + f_1 g_{2\theta} - 2 f_2 f_{2\theta}$$
$$A \equiv f_{1\theta} g_{2\theta} - (f_{2\theta})^2$$

とおくと、

(A7) $D(\theta) = C + B\theta + A\theta^2 \quad (0 \leq \theta \leq 1)$

となる。Cについては利他的遺産動機モデル（$\theta = 0$）における親の効用最大化問題の２階条件より、

(A8) $C > 0$

が成立する。Bについては、$f_{1\theta} g_2 > 0$, $f_1 g_{2\theta} > 0$, $-2 f_2 f_{2\theta} > 0$, であるので、

(A9) $B > 0$

が成立する。Aについては、

(A10) $A = [w'e'' + nw''(e')^2](e^2 w'') - (w''e'e)^2$
$\qquad = e^2 w''[e'w' + (e')^2 w''(n-1)] > 0$

が成立する。(A7)−(A10) より、$D(0) = C > 0$、$D'(\theta) = B + 2A\theta > 0$
（$0 \leq \theta \leq 1$）となるので、補題２が成立する。

（証了）

補題３　すべてのθ（$0 \leq \theta \leq 1$）に関して、$\dfrac{db}{d\theta} < 0$, $\dfrac{dn}{d\theta} > 0$

証明　(A3) および $G_1 = F_2$（補題１）より、

(A11) $\dfrac{db}{d\theta} = \dfrac{-F_\theta G_2 + G_\theta F_2}{D}$

(A12) $\dfrac{dn}{d\theta} = \dfrac{-G_\theta F_1 + F_\theta F_2}{D}$

が成立する。

まず、$db / d\theta$については、(A11) の右辺の分子を $B(\theta)$とおいて、(A5)、(A6) を代入すると、

(A13) $B(\theta) = -F_\theta(g_2 + g_{2\theta}\theta) + G_\theta(f_2 + f_{2\theta}\theta)$
$= (-F_\theta g_2 + G_\theta f_2) + (-F_\theta g_{2\theta} + G_\theta f_{2\theta})\,\theta$

となる。ここで、(A13) の最右辺第１項については、$F_\theta < 0$, $g_2 < 0$, $G_\theta > 0$, $f_2 < 0$であるので、

(A14) $B(0) = -F_\theta g_2 + G_\theta f_2 < 0$

が成立する。また、(A13) の最右辺第２項については、

(A15) $B'(\theta) = -F_\theta g_{2\theta} + G_\theta f_{2\theta} = -(w'e')(e'^{2} w'') + (ew')(w''e'e) = 0$

となるので、(A11)、(A13)−(A15)、および、$D > 0$（補題２）より、すべての$\theta\,(0 \leq \theta \leq 1)$ に関して、

(A16) $\dfrac{db}{d\theta} < 0$

が導かれる。

次に、$dn / d\theta$については、(A12)の右辺の分子を$N(\theta)$とおいて、(A4)、(A5)を代入すると、

（A17）$N(\theta)=-G_\theta(f_1+f_{1\theta}\theta)+F_\theta(f_2+f_{2\theta}\theta)$
$$=(-G_\theta f_1+F_\theta f_2)+(-G_\theta f_{1\theta}+F_\theta f_{2\theta})\theta$$

となる。ここで、(A17）の最右辺第１項については、$G_\theta>0$，$f_1<0$，$F_\theta<0$，$f_2<0$ であるので、

（A18）$N(0)=-G_\theta f_1+F_\theta f_2>0$

が成立する。また、（A 17）の最右辺第２項については、

（A 19）$N'(\theta)=-G_\theta f_{1\theta}+F_\theta f_{2\theta}$
$$=-(ew')[w'e''+nw''(e')^2]+(w'e')(w''e'e)$$
$$=-ee''(w')^2-(n-1)e(e')^2w'w''>0$$

が成立するので、(A12)、(A17)－(A19)、および、$D>0$（補題２）より、すべての θ（$0\leq\theta\leq 1$）に関して、

（A20）$\dfrac{dn}{d\theta}>0$

が導かれる。(A16)、(A20）より、補題３が成立する。

（証了）

補題３より、$b^A>b^{AI}$，$n^A<n^{AI}$ が導かれる。

引用文献

Barro, R. J. (1974). ‘ Are government bonds net wealth? ’ *Journal of Political Economy*, vol. 82, pp. 1095-117.

Barro, R. J. and G. S. Becker, (1989). ‘ Fertility choice in a model of economic growth. ’ *Econometrica*, vol. 57, pp. 481-501.

Becker, G. S. (1991). *A Treatise on the Family,* enlarged ed. Cambrige, MA : Harvard University Press.

Becker, G. S. and R. J. Barro, (1988). ‘ A reformulation of the economic theory of fertility. ’ *Quarterly Journal of Economics* , vol. 103, pp. 1-26.

Bernheim, B. D., Schleifer, A. and Summers, L. H. (1985). ‘ The strategic bequest motive. ’ *Journal of Political Economy,* vol.93, pp. 1045-76.

Chami, R. (1996). ‘ King Lear's dilemma: precommitment versus the last word. ’ *Economics Letters,* vol. 52, pp. 171-6.

Chami, R. (1998). ‘ Private income transfers and market incentives. ’ *Economica,* vol. 65, pp. 557-80.

Cremer, H., and Pestieau P. (1991). ‘ Bequests, filial attention and fertility. ’ *Economica*, vol. 58, pp. 359-75.

Cremer, H., and Pestieau P. (1998). ‘ Delaying inter vivos transmissions under asymmetric informtion. ’ *Sourthern Economic Journal,* vol. 65, pp. 322-30.